

# Turbulenz – ein problemhistorischer Abriss\*

Michael Eckert

---

Turbulence in Perspective

In the beginning of the 20th century, the riddles of turbulent flow became articulated as “the turbulence problem”. It comprised two parts: the onset of turbulence, which was conceived as an instability of laminar flow; and fully developed turbulence, for which both empirical (mixing length) and statistical theories of turbulence were developed. Up until the present time turbulence research has been inter- and transdisciplinary, attracting scientists and engineers from a variety of specialties and with diverse scientific and technological orientations. For this reason, turbulence research is also an interesting case for the sociological study of knowledge production in technoscience.

The article traces the history of the turbulence problem in the first half of the 20th century, when the major pathways for its attack were first outlined and explored. The ups and downs of the turbulence problem in different local and cultural settings provide a unique opportunity to study a technoscience in the making, beyond sweeping assumptions about science-technology relations. Present fluid dynamicists rate the turbulence problem still as unsolved, but this evaluation should not prevent historians of science and technology from tackling it by their own means: it safeguards the historical analysis against the pitfall of whig history.

---

*Keywords:* turbulence, fluid dynamics, technoscience, L. Prandtl, von Kármán, G. I. Taylor

---

*Schlüsselwörter:* Turbulenz, Strömungsforschung, Technowissenschaften, L. Prandtl, von Kármán, G. I. Taylor

---

Seit mindestens einem halben Jahrhundert gilt die Turbulenz als eines der letzten ungelösten Rätsel klassischer Physik. Als Arnold Sommerfeld in den 1940er Jahren sein Lebenswerk mit einer Lehrbuchreihe über die theoretische Physik seiner Zeit krönte, konnte er bei diesem „schwierigsten Problem der ganzen Hydrodynamik“ keine befriedigenden Lösungen angeben (Sommerfeld 1945: 260). Auch Theodore von Kármán, ein Pionier der Strömungsforschung, sah in der Turbulenz am Ende einer langen Karriere „eines der großen ungelösten Rätsel der Wissenschaft“. Sommerfeld habe ihm einmal gesagt, „daß er vor seinem Tode gern zwei Dinge verstehen möchte – Quantenmechanik und Turbulenz“, erinnerte sich von Kármán in seinen Memoiren: „Der Bedeutung der Turbulenz war er nicht näher gekommen.“ (Kármán 1967: 164) Für Richard Feynman war das Turbulenzproblem eben-

falls ein Anlass, optimistische Erwartungen zu dämpfen: „Today we cannot see whether the water flow equations contain such things as the barber pole structure of turbulence that one sees between rotating cylinders.” (Feynman/Leighton/Sands 1964, 41. Kap.: 12) Und selbst am Beginn des dritten Jahrtausends fehlt gewöhnlich nicht der Hinweis auf die Turbulenz, wenn von den großen ungelösten Problemen der Physik die Rede ist. „We believe“, schrieben ein amerikanischer und ein russischer Turbulenzforscher im Jahr 2001, „that, even after 100 years, turbulence is still in its infancy. We are naturalists, observing butterflies in the wild.” (Lumley/Yaglom 2001: Abstract).

Diese Äußerungen von Wissenschaftlern, die selbst aktiv an der Turbulenzforschung im 20. Jahrhundert beteiligt waren, geben nur die subjektive Sicht einzelner Akteure wieder. Darin deutet sich jedoch eine Eigenart dieses Forschungsgebietes an, die auch aus wissenschafts- und technikhistorischer Perspektive besonderes Interesse verdient. Wo ein Forschungsfeld von den beteiligten Wissenschaftlern selbst über einen so langen Zeitraum hinweg als offen angesehen wird, obwohl seine in der klassischen Physik wurzelnden Grundlagen längst als gesichert gelten, stellen sich auch allgemeinere Fragen über die geschichtliche Entwicklung von Forschungsfeldern. Sind einmal formulierte Fragestellungen nicht auch selbst einem zeitlichen Wandel unterworfen? Wie verhalten sich Wissenschaftler gegenüber Problemen, bei denen immer wieder neue Facetten auftauchen? Offensichtlich handelt es sich bei der Turbulenzforschung um ein ganzes Bündel von Problemfeldern, die im Verlauf der Jahrzehnte immer wieder neu formuliert und mit wechselnden Methoden erforscht wurden. Im Folgenden unternehme ich den Versuch, das „Turbulenzproblem“ in seiner historischen Dimension auszuloten. Als Untersuchungszeitraum kommt dafür vor allem die erste Hälfte des 20. Jahrhunderts in Betracht, als der Umschlag vom geradlinigen (laminaren) in den verwirbelten (turbulenten) Strömungszustand als „das“ Turbulenzproblem angesehen wurde. Daneben wurde zunehmend auch die voll ausgebildete Turbulenz als Problem erkannt und als solches thematisiert. Beide Problemfelder haben bis heute immer wieder neue offene Fragen aufgeworfen. Dennoch (oder gerade deshalb) lohnt sich der Versuch, die dabei beschrittenen Forschungspfade aus wissenschafts- und technikhistorischer Sicht zu erkunden.

Die Entwicklung der Strömungsforschung folgt nicht dem Kuhnschen Modell wissenschaftlicher Revolutionen (Darrigol 2005: 324), so dass auch beim Turbulenzproblem die Suche nach revolutionären Umbrüchen und Phasen von „normaler Wissenschaft“ ins Leere läuft. Das Gebiet der Turbulenz lässt sich noch nicht einmal einer bestimmten Wissenschafts- oder Technikdisziplin zuordnen. Obwohl die Strömungsforschung im 20. Jahrhundert mit der rasanten Entwicklung der Luftfahrt zunächst als Ingenieurwissenschaft institutionalisiert wurde (Eckert 2006), zog das Turbulenzproblem auch Physiker unterschiedlicher Fachrichtungen, Mathematiker,

Meteorologen, andere Forscher, aber auch Praktiker in seinen Bann. Bei einer ersten historischen Annäherung empfiehlt es sich deshalb, sich weniger von schematischen Modellen leiten zu lassen, die für diese oder jene Disziplin zutreffend sein mögen, sondern problem- und kontextorientiert in den jeweils artikulierten Forschungs- und Praxisfeldern Entwicklungslinien aufzuspüren, die dem Turbulenzproblem historische Konturen verleihen. Besonders wichtig dabei scheint es, die Spannungen und Beziehungen zwischen verschiedenen wissenschaftlichen und technischen Feldern hervorzuheben. Die Strömungsforschung zählte bis vor wenigen Jahren zu den „weißen Flecken“ auf der Landkarte der Wissenschaftsgeschichte. Mit den vor kurzem publizierten Übersichtsdarstellungen (Darrigol 2005, Eckert 2006) und einer Reihe von neueren Untersuchungen (Epple/Schmaltz, in Vorbereitung) wird zunehmend klar, dass man der Geschichte von Forschungsgebieten wie der Strömungsmechanik im Rahmen einer disziplinentorientierten Wissenschaftsgeschichte nicht gerecht wird. Der vorliegende Aufsatz soll am Beispiel der Turbulenzforschung das problemorientierte Vorgehen (im Gegensatz zu disziplingeschichtlichen Analysen) verdeutlichen.

## Theorie im Widerspruch zur Praxis

Leonardo da Vincis Zeichnungen von Verwirbelungen im Nachlauf von Hindernissen in einem Strom zeugen von der Faszination, die schon vor einem halben Jahrtausend von turbulenten Strömungen ausging. Wasserbauingenieuren und Ballistikern, die sich mit Fragen nach dem Strömungswiderstand herumschlugen, begegnete die Turbulenz aber auch als eine technische Herausforderung. Bei Kanalbauten und Brunnenanlagen wurden insbesondere in Frankreich im 17. und 18. Jahrhundert zahlreiche Versuche unternommen, den Strömungswiderstand in Abhängigkeit von der Fließgeschwindigkeit und anderen Parametern experimentell zu ermitteln. Im 19. Jahrhundert wurde immer deutlicher, dass Theorie und Experiment krass auseinander klafften, wenn es um praktisch relevante Wasserströmungen ging. Bei solchen Strömungen traten in der Regel Verwirbelungen auf. Osborne Reynolds beobachtete in den 1880er Jahren bei wasserdurchflossenen Glasrohren, in die er einen dünnen Tintenstrahl einspeiste, wie bei wachsender Geschwindigkeit die Strömung vom geradlinigen („direct flow“) in einen welligen („sinuous flow“) und dann wirbeligen („eddy flow“) Zustand überging. Die bis heute beibehaltene Begrifflichkeit von „laminaren“ und „turbulenten“ Strömungen geht auf diese Versuche und die um dieselbe Zeit von William Thomson (Lord Kelvin) bei offenen Kanalströmungen durchgeführten theoretischen Untersuchungen zurück. Reynolds zeigte auch, dass der Strömungsumschlag von dem Verhältnis von Trägheits- und Reibungskräften abhängt. Die Formulierung dieses Zusammenhangs in Gestalt der (später

nach ihm benannten) „Reynoldszahl“ markiert eine für die Physik strömender Fluide markante Zäsur. In den 1890er Jahren versuchte Reynolds auch auf theoretischem Weg, den turbulenten Zustand zu beschreiben, indem er die Strömungsgeschwindigkeit als Summe aus einem mittleren und einem fluktuierenden Bestandteil zusammensetzte und die damit erhaltenen Navier-Stokes-Gleichungen mittelte. Die Geschwindigkeitsfluktuationen führen zu einem Impulstransport in der Flüssigkeit. Die dafür maßgebliche Größe („Reynoldssche Schubspannung“ beziehungsweise „*Reynolds stress*“) wurde zu einem Schlüssel für die statistische Beschreibung der Turbulenz (Darrigol 2002, 2005: Kap. 6).

An der Schwelle zu einem neuen Jahrhundert zieht man gerne Bilanz über Erreichtes und Erstrebtes. Im Jahr 1900 fiel in einem Lehrbuch zur Hydrodynamik die Bilanz für dieses Gebiet nicht gerade rosig aus, was das Verhältnis von Theorie und Praxis angeht:

Hier stimmen die tatsächlichen Vorgänge mit den theoretischen Folgerungen vielfach so ungenügend überein, dass die Technik sich für ihre Zwecke eine besondere Behandlungsweise hydrodynamischer Aufgaben, die meistens den Namen Hydraulik führt, zurechtgemacht hat. (Wien 1900: Vorwort)

Im selben Jahr hielt Arnold Sommerfeld bei der Versammlung deutscher Naturforscher und Ärzte einen Vortrag über „Neuere Untersuchungen zur Hydraulik“, in dem er diesen unbefriedigenden Zustand auf das Problem der Turbulenz zurückführte: Der Gegensatz „zwischen der Theorie der Flüssigkeitsbewegungen in mathematisch-physikalischer Behandlung (der Hydrodynamik) und in technischer Behandlung (der Hydraulik)“ zeige sich besonders bei der Rohrströmung. Weiter führte er aus:

Nach der physikalischen Theorie ist der Reibungswiderstand proportional der ersten Potenz der Geschwindigkeit, umgekehrt proportional der zweiten Potenz des Durchmessers, nach der technischen Theorie dagegen proportional der zweiten Potenz der Geschwindigkeit, umgekehrt der ersten des Durchmessers.

Berechne man die Reibungsverluste bei einer Wasserleitungsröhre nach der ersten Methode,

so findet man unter Umständen einen 100mal zu kleinen Werth. Der Grund dieses Widerspruches liegt in der Bewegungsform des Wassers. Die physikalische Formel setzt geradlinige Strömung voraus. Diese wird aber, wie Osborne Reynolds experimentell und theoretisch gezeigt hat, unter den Verhältnissen, die in der Technik vorliegen, instabil und macht einem wirren Durcheinanderwirbeln der Wassertheilchen Platz. (Sommerfeld 1900: 56)

Sommerfeld setzte sich das Ziel, die kritische Geschwindigkeit zu bestimmen, „bei der die geradlinige Strömung aufhört, stabil zu sein“ (ebd.). Der Umschlag vom geradlinigen in den turbulenten Strömungszustand ergab sich jedoch nicht so einfach aus einer Stabilitätsanalyse, wie sich dies Sommerfeld und andere theoretische Physiker um die Jahrhundertwende vorgestellt hatten. In England hatten Kelvin und John William Strutt (Lord Rayleigh) schon in den 1880er Jahren um eine Lösung des Problems gewetteifert,

ohne zu einer Lösung zu gelangen. Rayleigh schloss aus einer Analyse ebener Strömungen für den reibungslosen Fall, dass der Turbulenzumschlag nur erfolgen könne, wenn das Geschwindigkeitsprofil einen Wendepunkt aufwies. Aber es war unklar, welche Relevanz dem Wendepunkt-Kriterium für reale Strömungen mit Reibung zukam (Darrigol 2005: 208–218). 1907 stellten der irische Mathematiker William Orr und ein Jahr später Sommerfeld unabhängig voneinander eine Gleichung auf, aus der sich eine kritische Reynoldszahl für die Stabilität einer laminaren Strömung berechnen lassen sollte. Die Methode beruhte auf dem schon von Rayleigh benutzten Stabilitätsansatz, wobei einem als stabil vorausgesetzten Grundprozess (hier einer laminaren Grundströmung) eine Störung überlagert und geprüft wird, ob diese mit der Zeit anwächst oder abklingt. Doch die Frage, inwieweit nach diesem Vorgehen die Stabilität von Strömungen untersucht werden konnte, war nicht leicht zu beantworten. Sommerfeld korrespondierte darüber im Oktober 1900 mit Hendrik Antoon Lorentz (Eckert/Märker 2000: 176–182), aber erst mit der sieben Jahre später abgeleiteten „Orr-Sommerfeld-Gleichung“ wurde ein Formalismus bereitgestellt, mit dem sich eine kritische Reynoldszahl für den Turbulenzumschlag berechnen lassen sollte. Sommerfelds Analyse betraf den einfachen Fall einer ebenen Strömung zwischen zwei parallelen Wänden, von denen die eine mit konstanter Geschwindigkeit bewegt wird, so dass ein linear anwachsendes Geschwindigkeitsprofil in der mitbewegten Flüssigkeit angenommen werden konnte („ebene Couette-Strömung“). Die Auswertung überließ er seinem Schüler Ludwig Hopf, der zu dem Resultat gelangte, dass „jede betrachtete Störung gedämpft ist und also mit der Zeit abklingt“ (Hopf 1914: 38). Mit anderen Worten: Der Theorie zufolge blieb die untersuchte Strömung für beliebig hohe Reynoldszahlen stabil.

Unabhängig von den Stabilitätsberechnungen in der Sommerfeldschule gelangte auch der Mathematiker Richard von Mises zu demselben Ergebnis. Hopf und von Mises waren sich des Widerspruchs zwischen Theorie und Praxis, den dieses Ergebnis bedeutete, sehr bewusst. „Vielleicht in keinem anderen Zweige der Physik sind Theorie und Praxis einander so fremd geblieben wie in der Hydrodynamik“, hatte Hopf unter der Überschrift „Das Turbulenzproblem“ seine Dissertation eingeleitet, in der er die Strömung in einem offenen Gerinne experimentell untersuchte (Hopf 1909). Auch von Mises war kein realitätsferner Mathematiker, sondern besaß einschlägige Erfahrungen mit hydraulischen Problemen. Bevor er sich der Turbulenz zuwandte, hatte er sich zum Beispiel mit der Theorie von Wasserrädern beschäftigt. Als er bei seiner Turbulenzuntersuchung keinen kritischen Wert fand, bei dem die laminare Strömung instabil wird, stellte auch er sich „die Frage, wie sich der Widerspruch zwischen der theoretischen Untersuchung und der Beobachtung löst“ (von Mises 1912: 400).

Um 1920 war klar, dass die Stabilitätsanalyse nach dem Orr-Sommerfeldschen Verfahren die Kluft zwischen Theorie und Experiment nicht überbrü-

cken konnte. Die von Sommerfeld, Hopf und von Mises für alle Reynoldszahlen als stabil befundene Couette-Strömung zeigte im Experiment – wie andere Strömungen auch – einen Umschlag zur Turbulenz. In der Praxis konnte der Umschlag in den turbulenten Zustand zwar durch besondere Einflussvorrichtungen deutlich verzögert – aber nicht verhindert – werden, wenn man die Geschwindigkeit (und damit die Reynoldszahl) weiter erhöhte. Der Turbulenzumschlag wurde damit mehr und mehr zum Problem für die Theorie. „Unter Turbulenzproblem versteht man, allgemein gesprochen, die Frage, warum der grundsätzlich immer mögliche Poiseuillesche Zustand nur begrenzt realisiert ist und dem hydraulischen [turbulenten, M.E.] Zustand Platz macht“, so definierte Fritz Noether, ein weiterer Sommerfeldschüler, das Problem für den Fall der Rohrströmung (Noether 1921: 126).

„Das Turbulenzproblem“, wie Noether seine Studie überschrieb, wurde somit erstmals explizit als Stabilitätsproblem definiert. In dieser Form wurde es auch zur kanonischen Fragestellung für nachfolgende Turbulenzuntersuchungen. Das disziplinäre Umfeld, in dem diese Frage untersucht wurde, war anfangs das von Mathematikern und theoretischen Physikern. Die von ihnen behandelten Strömungen waren durch idealisierte, zweidimensionale Geschwindigkeitsprofile gekennzeichnet. Aber mit jedem Versuch einer Antwort auf das so formulierte Problem rückten neue Aspekte ins Blickfeld, die im Verlauf der Zeit auch die Problemstellung selbst veränderten. Im weiteren Forschungsprozess, dies sei schon an dieser Stelle bemerkt, weitete sich das Verständnis dessen, was man an der Turbulenz als problematisch erkannte, und damit auch „das Turbulenzproblem“ selbst.

## Umstrittene Lösungen

Die ersten Hinweise, dass dem Turbulenzproblem auf dem Weg einer Stabilitätsanalyse doch beizukommen sei, lieferte Ludwig Prandtl, Direktor der Aerodynamischen Versuchsanstalt und Professor der angewandten Mechanik in Göttingen, bei einer Physikertagung in Jena im September 1921. Bei seinem Vortrag waren die meisten Theoretiker anwesend, die sich an diesem Thema in den letzten Jahren versucht hatten, so dass er mit einer kritischen Resonanz rechnen konnte. Dass dem Thema in Göttingen mehr als nur beiläufiges Interesse gewidmet wurde, zeigt ein schon 1916 formuliertes „Arbeitsprogramm zur Turbulenz-Theorie“, in dem Prandtl die „Entstehung der Turbulenz“ und „Fertige Turbulenz“ als Problemfelder für künftige Forschungen benannte.<sup>1</sup> Das Jenaer Vortragsthema betraf den ersten, von Noether thematisierten Problembereich und enthielt vorläufige Ergebnisse, die Prandtls Doktorand Oskar Tietjens erarbeitet hatte. Ausgangspunkt dabei war die schon von Rayleigh für den reibungslosen Fall untersuchte ebene „Streifen-Strömung“ (ein zweidimensionales Geschwindigkeitsprofil

mit stückweise linearem Verlauf). Prandtl und Tietjens überlagerten dieser Grundströmung eine ebene Störwelle: Eine, wie sich erst später herausstellte, zulässige Vereinfachung, denn die kritische Reynoldszahl für eine zweidimensionale ebene Strömung ist am niedrigsten für zweidimensionale Störungen, so dass man sich auf diesen Fall begrenzen darf, wenn nur das erste Auftreten von Instabilität berechnet werden soll (Squire 1933). Das stückweise lineare Geschwindigkeitsprofil diente Prandtl und Tietjens als erste Annäherung an ein Geschwindigkeitsprofil, wie es in der laminaren Grenzschicht entlang einer ebenen Platte („Blasius-Profil“) vorlag.

Der Bezug zu dem von Prandtl 1904 eingeführten Grenzschichtkonzept rückte das Turbulenzproblem näher an technische Fragestellungen. Prandtl nahm an, dass für Fluide mit geringer Viskosität (wie Wasser und Luft) die Strömung entlang fester Körper einfacher als nach den Navier-Stokes-Gleichungen behandelt werden kann: Bei nicht zu geringen Geschwindigkeiten (hohen Reynoldszahlen) mache sich die Reibung nur in einer dünnen Schicht entlang der Wand, der Grenzschicht, bemerkbar. In größeren Abständen von der Wand könne die Strömung als ideales Fluid behandelt werden (so dass die Methoden der Potentialtheorie anwendbar wurden). Innerhalb der Grenzschicht konnten die Navier-Stokes-Gleichungen vereinfacht und für spezielle Konfigurationen gelöst werden, so dass die bislang angenommenen Geschwindigkeitsprofile durch realistischere ersetzt werden konnten. Für den Fall der laminaren Strömung entlang einer ebenen Platte hatte Prandtls Doktorand Heinrich Blasius 1908 ein solches Profil berechnet (Eckert 2006: Kap. 2). Das Blasiusprofil besitzt wie die Profile der ebenen Couette- und Poiseuille-Strömungen keinen Wendepunkt und fällt damit in die Kategorie der von Rayleigh als stabil charakterisierten Profile. Eine Störwelle, so überlegte Prandtl, die einem bei Reibungslosigkeit stabilen Blasiusprofil überlagert wird, sollte bei Berücksichtigung der Reibung erst recht stabil sein, da alle vorangehenden Untersuchungen gezeigt hatten, dass der Reibungseinfluss zu einer Dämpfung der Störwelle führt. Stattdessen habe man „entgegen dem Dogma eine Labilität der kleinen Schwingungen“ gefunden: „Wir haben dieses Ergebnis erst nicht glauben wollen und haben es daraufhin dreimal unabhängig auf verschiedene Weise gerechnet. Es kam aber immer wieder dasselbe Vorzeichen, das Labilität bedeutet.“ (Prandtl 1922: 692)

Prandtls Analyse des Turbulenzproblems stieß bei Noether auf heftige Kritik. Kurz vor der Jenaer Tagung hatte Noether in seinem Artikel über „Das Turbulenzproblem“ geschrieben, die Rayleighsche Methode könne „nicht als eine Annäherung der vorliegenden Aufgabe betrachtet werden“ (Noether 1921: 129). Damit wurde auch jede, an Rayleigh anschließende Methode diskreditiert. Die Details der Auseinandersetzung, die teilweise auch öffentlich ausgetragen wurde, entziehen sich einer allgemeinverständlichen Darstellung, aber der im Briefwechsel fortgeführte Disput zeugt von nach-

haltigen Divergenzen. „Ich hoffe, dass bei Ihnen von der Debatte im vorigen Herbst in Jena keine Verstimmung mehr zurückgeblieben ist“, schrieb Prandtl an Noether. Es sei ihm „hinterher gesagt worden, dass meine Äusserung etwas schroff geklungen habe“.<sup>2</sup> Er habe nur seine „sachliche Meinung über das Vorgetragene zum Ausdruck bringen wollen“, schrieb Noether zurück, „und diese hat sich auch nicht geändert, nachdem der Vortrag nun im Druck vorliegt“.<sup>3</sup>

Die endgültigen Berechnungen in der Dissertation von Tietjens bestätigten noch einmal, was Prandtl schon 1921 seinem ehemaligen Schüler Theodore von Kármán gegenüber so zum Ausdruck gebracht hatte: „Es scheint ein ganz besonders arger Teufel in der Turbulenz zu stecken, dass alle mathematischen Bemühungen hier zu Schanden werden.“<sup>4</sup> Dem Ergebnis zufolge durfte es eigentlich gar keine laminare Grenzschicht geben, denn schon bei kleinsten Reynoldszahlen würde sich eine noch so kleine, der Grundströmung überlagerte Störung aufschaukeln – in völligem Widerspruch zu allen experimentellen Befunden. Bislang hatte das Turbulenzproblem in dem von Prandtl als „Dogma“ kritisierten theoretischem Ergebnis bestanden, dass eine laminare Grundströmung bis zu beliebig hohen Reynoldszahlen stabil sei. Nun nahm es die nicht weniger im Widerspruch zur Praxis stehende Wendung, dass der Turbulenzumschlag schon bei kleinsten Reynoldszahlen erfolgen müsse.

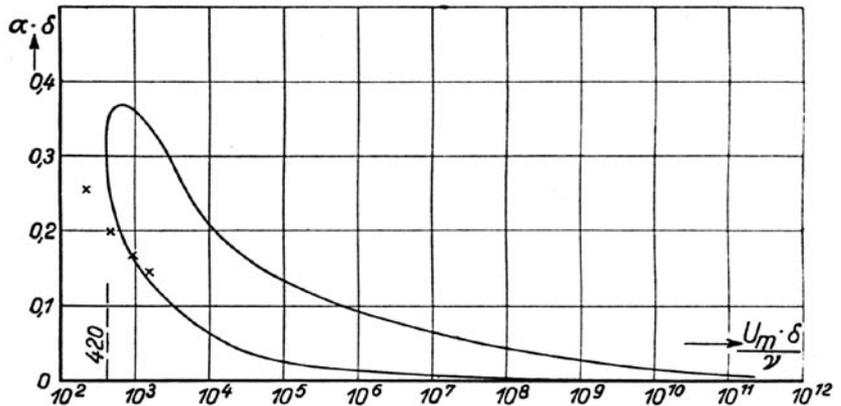
Der Grund dafür, daß die in dieser Arbeit entwickelte Theorie in diesem wesentlichen Punkte versagt, kann nur darin liegen, daß die Voraussetzungen, auf die sich die Rechnung aufbaut, nicht dem wirklichen physikalischen Vorgang entsprechen“, vermutete Tietjens. „Besonders die Annahme des geknickten Geschwindigkeitsprofils der Hauptströmung wird man für das ungenügende Resultat verantwortlich machen können. (Tietjens 1925: 214)

Auch außerhalb Göttingens wurde das Stabilitätsproblem Gegenstand neuer Untersuchungen. Hopf schrieb im Mai 1922 an Prandtl, dass aus München „vielleicht eine Sensation“ zu erwarten sei, denn Sommerfeld habe ihm geschrieben, dass eines seiner „Wunderkinder“ – damit meinte er Werner Heisenberg – „das Problem der Turbulenz gemeistert habe“.<sup>5</sup> Heisenberg untersuchte im Rahmen seiner Doktorarbeit unter anderem die Stabilität der Poiseuille-Strömung und fand tatsächlich eine Grenze der Stabilität, so dass das „Dogma“, von dem Prandtl in Jena gesprochen hatte, erneut in Zweifel gezogen wurde (Heisenberg 1924). Im Mai 1923 schrieb Hopf an Prandtl, dass Heisenbergs Theorie „alle Ihre Ansichten, die Sie in Jena vorgetragen haben, vollauf zu bestätigen“ schien.<sup>6</sup> Prandtl freute sich über die Bestätigung der von ihm und Tietjens geteilten Anschauungen, äußerte aber auch einige Bedenken wegen der benutzten Näherungen.<sup>7</sup> Grundsätzlichere Kritik an der Heisenbergschen Arbeit kam wiederum von Noether, der bei einer neuen Analyse des Turbulenzproblems fand, dass auch das parabolische Geschwindigkeitsprofil der Poiseuille-Strömung keine Instabilität aufweist.

Auch zu dem früher von Prandtl und Tietjens erzielten und „dem meinigen scheinbar widersprechenden Ergebnis“ nahm Noether bei dieser Gelegenheit noch einmal Stellung: Der Widerspruch erkläre sich durch den Unterschied zwischen „ideal glatten“ und „praktisch glatten Wänden“. Noethers Argumentation lief darauf hinaus, „daß im ideal glatten Rohr keine turbulente Strömung möglich ist“ (Noether 1926: 242f.). Dies hatte eine weitere Kontroverse zwischen Noether und Prandtl zur Folge. Er habe Noethers Abhandlung „mit grossem Interesse gelesen“, schrieb Prandtl, „bezw. um es ehrlicher zu sagen, zu lesen versucht, denn meine mathematischen Kenntnisse reichen nicht entfernt hin, um Ihre Rechnung ganz zu verstehen“.<sup>8</sup> Noether beharrte jedoch auf seinem Standpunkt, und der Streit endete, ohne den Kern der konträren Auffassungen aufzuklären.

Die Arbeit Heisenbergs und die Kontroverse mit Noether motivierten Prandtl zu einem neuen Anlauf beim Stabilitätsproblem. Anstelle des aus geknickten Geraden zusammengesetzten Geschwindigkeitsprofils beabsichtigte er nun, wie er im Juli 1926 an Hopf schrieb, „die Schwingungen eines aus einer Parabel und einem geraden Stück zusammengesetzten Profils“ untersuchen zu lassen. Leider sei die Arbeit aber „dadurch stecken geblieben, daß ein Doktorand versagt hat. Ich hoffe aber, daß wir sie demnächst wieder in Angriff nehmen können.“<sup>9</sup> Ein neuer Doktorand, Walter Tollmien, nahm sich dieses Problems an und konnte 1929 auf dem von Prandtl und Tietjens beschrittenen Weg einen Erfolg verbuchen. Die Turbulenzanfischung entpuppte sich als ein äußerst verwickelter Zusammenhang zwischen Reynoldszahl und Anfangsstörung, den Tollmien nach Art eines Phasendiagramms darstellte, wobei jeder Zustand ein Wertepaar aus Reynoldszahl und Störungswellenlänge bedeutete. Die instabilen Zustände ragten von den hohen Reynoldszahlen kommend bis hinab zu einer unteren Grenze wie eine Landzunge in einen See von stabilen Zuständen. Damit war auch für die laminare Strömung in der Grenzschicht entlang einer ebenen Platte eine kritische Reynoldszahl für den Turbulenzumschlag auf theoretischem Weg abgeleitet (Tollmien 1929).

In den folgenden Jahren unternahmen Prandtl und seine Schüler am Göttinger Kaiser-Wilhelm-Institut für Strömungsforschung große Anstrengungen, den Umschlag von der laminaren zur turbulenten Strömung theoretisch und experimentell näher zu ergründen. Hermann Schlichting untersuchte insbesondere das Aufschaukeln von Störwellen in der Plattengrenzschicht, und Tollmien publizierte eine Fehlerabschätzung, um seine Theorie gegen die von Noether geübte Kritik an den verwendeten asymptotischen Verfahren abzusichern (Schlichting 1933, 1935, Tollmien 1935). Aber trotz aller Bemühungen gelang es nicht, den Umschlag zur Turbulenz als eine Anfischung von Wellen mit den von der Theorie vorhergesagten Wellenlängen und Amplituden auch experimentell zu verifizieren. In einem Wasser-Versuchskanal wurden zwar von der Wand ausgehende Störungen



**Abb. 1:** Tollmiens Lösung des Stabilitätsproblems für die Plattengrenzschicht (aus Tollmien 1929: 41).

beobachtet, doch für einen schlüssigen Nachweis des Turbulenzumschlags im Sinn der Tollmien-Schlichting-Theorie reichte dies nicht aus (Nikuradse 1933, Prandtl 1933).

Theorien, die den Turbulenzumschlag als ein Stabilitätsproblem auffassen, stießen nicht nur aus mathematischen Gründen auf Ablehnung. Der englische Strömungsforscher Geoffrey Ingram Taylor kritisierte den Stabilitätsansatz, da man experimentell im allgemeinen erst bei viel höheren Reynoldszahlen den Turbulenzumschlag in einer Plattengrenzschicht beobachtete als nach der Tollmienschen Theorie zu erwarten war. „This fact constitutes a serious criticism of Tollmien’s criterion“, folgerte Taylor. Für ihn lag es näher, den Turbulenzumschlag nicht einer Instabilität der Grenzschichtströmung zuzuschreiben, sondern externen, lokalen Störungen, etwa Wandunebenheiten oder Wirbeln, die von außen auf die Grenzschicht einwirken. Insbesondere bei Windkanalversuchen war immer von Wirbeln im Luftstrom auszugehen, denen ein Testmodell ausgesetzt war: „It seems that the way in which turbulence is most likely to affect the boundary layer is through the action of local pressure gradients which necessarily accompany turbulent flow.“ (Taylor 1936: 307f.)

## Das Turbulenzproblem im Zweiten Weltkrieg

Solange es keine experimentellen Belege für die von Tollmien und Schlichting vorhergesagte Anfachung von Störwellen beim Umschlag von der laminaren zur turbulenten Strömung gab, fanden die Stabilitätsanalysen aus dem Prandtlischen Institut wenig Resonanz. Heisenberg hatte sich nach seiner Doktorarbeit der neuen Quantenmechanik zugewandt. Aerodynamik wurde weitgehend als eine Ingenieurwissenschaft und weniger als physikalisches Teilgebiet betrachtet. In Deutschland wurden theoretische Arbeiten zur

Strömungsforschung zur Domäne von angewandten Mathematikern und Vertretern der an technischen Hochschulen betriebenen Fachrichtung der Mechanik. Unter dem Primat von technischen Erkenntnisinteressen gab es nur noch partiell Berührungspunkte mit der akademischen theoretischen Physik. Die Nähe von angewandter Mathematik und ingenieurwissenschaftlicher Mechanik fand auch organisatorisch und institutionell einen Niederschlag in Gestalt der Anfang der 1920er Jahre gegründeten Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik (ZAMM) und der Gesellschaft für angewandte Mathematik und Mechanik (GAMM). International trafen sich die Strömungsforscher bei den ebenfalls in den 1920er Jahren gegründeten und im Vierjahresturnus abgehaltenen Internationalen Mechanikkongressen, denen nach dem Zweiten Weltkrieg mit der International Union of Theoretical and Applied Mechanics (IUTAM) auch ein institutioneller Rahmen gegeben wurde (Gericke 1972, Tobies 1982, Juhasz 1988). Vor diesem Hintergrund ist es nicht verwunderlich, dass auch die strittigen theoretischen Fragen der Turbulenzentstehung vorwiegend bei Mechanikkongressen und in Organen wie der ZAMM diskutiert wurden – und bei Physikern nur noch marginales Interesse fanden.

Mit der Annäherung an die Technik ging auch eine weitergehende Ausdifferenzierung der Fragestellungen einher. Der Turbulenzumschlag in der Grenzschicht und das Verhalten der turbulent gewordenen Grenzschichtströmung wurden insbesondere zu Forschungsthemen der Flugzeugaerodynamik. Dass in den 1930er Jahren der Turbulenzumschlag vor allem bei der Grenzschichtströmung diskutiert wurde und von den früher vorrangig behandelten Couette- und Poiseuille-Strömungen kaum noch die Rede war, unterstreicht diese Wandlung in der Problemauffassung. Das Strömungsverhalten entlang technisch interessanter Flächen wie Flugzeugflügel oder Turbinenschaufeln warf etwa die Frage nach dem Einfluss der Krümmung auf und führte zur Entdeckung neuer Instabilitäten („Görtler-Instabilität“). Unter dem Primat solcher Fragestellungen entfremdete sich die Erforschung der Turbulenz zusehends von ihrem ursprünglichen disziplinären Kontext in der theoretischen Physik, wo zum Beispiel die in der Technik so bedeutsamen Grenzschichtfragen fast völlig ignoriert wurden. Dies wurde kurz vor Beginn des Zweiten Weltkriegs deutlich, als das Turbulenzproblem beim Fünften Internationalen Kongress für Angewandte Mechanik in Cambridge, Massachusetts, noch einmal ein lebhaft diskutiertes Thema war. Dabei standen technikleiche Fragestellungen wie nach dem Strömungsverhalten in der Grenzschicht im Mittelpunkt. Taylor vertrat bei dieser Gelegenheit noch einmal mit aller Entschiedenheit die Auffassung, dass der Turbulenzumschlag in der Grenzschicht nicht als ein Stabilitätsproblem aufgefasst werden sollte. Die Instabilität der Grenzschicht sei nicht bewiesen, kritisierte Taylor, und die experimentellen Indizien sprächen gegen die Instabilitätstheorie (Taylor 1939: 308).

Mit dem Beginn des Zweiten Weltkriegs kam auch das Ende des internationalen Austauschs über das Turbulenzproblem. Untersuchungen über Turbulenzentstehung und Grenzschichtturbulenz wurden aufgrund ihrer Bedeutung für die Flugzeugaerodynamik Gegenstand geheimer Forschungen. Die Lage des Umschlagspunktes vom laminaren zum turbulenten Strömungszustand in der Grenzschicht entlang einer Tragfläche beeinflusst deren aerodynamischen Widerstand und Auftrieb. In den 1930er Jahren war klar geworden, warum Messungen in unterschiedlichen Windkanälen, selbst wenn sie an den gleichen Testobjekten bei gleicher Reynoldszahl vorgenommen wurden, oft voneinander abwichen: Der unterschiedliche Turbulenzgrad im Luftstrom der verschiedenen Windkanäle sorgte dafür, dass die Strömung in der Grenzschicht an unterschiedlichen Stellen vom laminaren in den turbulenten Zustand überging. „Because the position and the nature of the transition region on a given body are controlled to a large extent by the turbulence of the air stream in which the tests are made, boundary-layer determinations about the same body in several tunnels should give an indication of the turbulence of their airstreams“, folgerte 1940 ein Aerodynamiker des National Advisory Committee for Aeronautics (NACA) in den USA (Doenhoff 1940).

Mit anderen Worten: Wenn schon die äußere Einwirkung ausreicht, um eine laminare Grenzschichtströmung turbulent werden zu lassen, wieso bedurfte es dann noch der mathematisch dubiosen Stabilitätsanalyse nach dem Muster von Prandtl, Tietjens, Tollmien und Schlichting, um diesen Turbulenzumschlag zu erklären? Umgekehrt erweckte dies die Hoffnung, bei Vermeidung jeglicher äußerer Einwirkung, also bei einem möglichst gering verwirbelten Luftstrom im Windkanal und bei Verwendung extrem glatter Flächen, den Turbulenzumschlag in der Grenzschicht zu verhindern oder wenigstens so weit wie möglich ans hintere Flügelende zu verschieben (wobei aber gewährleistet bleiben musste, dass kein Ablösen der Strömung erfolgte). Solche „Laminarflügel“ sollten sich gegenüber gewöhnlichen Flügeln vor allem durch einen sehr niedrigen Widerstand auszeichnen, mit der Folge von größeren Fluggeschwindigkeiten, längerer Flugdauer und eines geringeren Treibstoffbedarfs. Umgekehrt bedurfte es zur Bestimmung der entsprechenden aerodynamischen Messwerte neuartiger Windkanäle, in denen durch besondere Vorkehrungen der Turbulenzgrad des Luftstroms auf ein Minimum reduziert wurde.

Aufgrund dieser für den Flugzeugbau unmittelbar relevanten Folgen wurde das Turbulenzproblem auch mit Blick auf kriegstechnische Anwendungen erforscht. Im Mai 1940 erteilte das NACA der aerodynamischen Abteilung des National Bureau of Standards (NBS) in Washington D.C. einen Forschungsauftrag für die experimentelle Untersuchung von „Transition Phenomena at Low Turbulence“ und für die Entwicklung von „Methods of Reducing Wind Tunnel Turbulence“.<sup>10</sup> Es ging im Kontext dieser Auftrags-

forschung für das NACA nicht darum, Theorien des Turbulenzumschlags experimentell zu verifizieren, sondern möglichst turbulenzarme Windkanäle und Messmethoden für den Test laminarer Tragflächen zu entwickeln. Ein Jahr später berichteten die Aerodynamiker des NBS erste Ergebnisse aus einem für diesen Zweck gebauten Windkanal, in dem sie die Grenzschichtströmung entlang einer ebenen Platte mithilfe einer hochentwickelten Hitzdraht-Messapparatur untersuchten:

Under conditions of low stream turbulence, transition is found to result from growth in amplitude of a fairly regular oscillation of the boundary layer. [...] The oscillations have some of the characteristics of those predicted by the Tollmien-Schlichting theory which have not heretofore been experimentally observed. The frequencies are in fact in line with those predicted.<sup>11</sup>

Danach wurde die „Laminar Boundary-Layer Oscillation“, wie das Phänomen zunächst genannt wurde, Gegenstand weiterer Untersuchungen. Im April 1943 fassten Galen B. Schubauer and Harold K. Skramstad, die Experimentatoren in der von Hugh Dryden geleiteten Aerodynamikabteilung am NBS, ihre Ergebnisse in einem Advance Confidential Report für die NACA zusammen und bestätigten so die Theorie von Tollmien und Schlichting: „Investigations revealed that the oscillations were the result of amplification of small disturbances in accordance with stability theory.“ Zunächst hatten Schubauer und Skramstad die Oszillationen als Artefakt der Messapparatur interpretiert, etwa als eine Vibration der winzigen Hitzdrahtsonde, die im Abstand von Bruchteilen eines Millimeters über der angeströmten Platte das Strömungsfeld in der Grenzschicht abtastete, oder als akustische Schwingung. Aber es wurde bald klar, dass die Schwingungen nur das Ergebnis einer selektiven Verstärkung sein konnten. Mit einem quer über die Platte aufgebrachten, hauchdünnen metallischen Band, das nur ein paar hundertstel Millimeter in die Grenzschicht der Platte hineinragte und mit einem Wechselstrom zu Vibrationen angeregt werden konnte, fanden sie, dass nur Schwingungen aus dem theoretisch vorhergesagten Frequenzbereich angefacht werden konnten. Mit Blick auf praktische Anwendungen bedurfte es noch weiterer Untersuchungen: „One of these having practical importance is the effect of curvature. The importance of boundary-layer oscillations on airfoils cannot be determined until effects of curvature as well as pressure gradient are known.“ Aber schon jetzt war klar, dass die Erforschung der Turbulenzentstehung damit in eine neue Phase trat (Schubauer/Skramstad 1943).

Um die gleiche Zeit, als Schubauer und Skramstad ihren Bericht abfassten, wurden auch in Pasadena am Guggenheim Aeronautical Laboratory des California Institute of Technology (GALCIT) im Auftrag des NACA Untersuchungen über die Turbulenz im Windkanal durchgeführt. Das GALCIT hatte sich unter Kármáns Leitung in den 1930er Jahren zu einem weltweit führenden Zentrum theoretischer und experimenteller Strömungsforschung

entwickelt. Auch hier begann die Erforschung des Turbulenzumschlags mit einem eigens für diesen Zweck gebauten kleinen Windkanal, dessen Luftstrom einen sehr geringen Turbulenzgrad aufwies. Kármán beauftragte mit diesen Untersuchungen seinen Doktoranden Hans Liepmann. Wie die Aerodynamiker am NBS entdeckte auch Liepmann, dass die Grenzschicht, wie von der Tollmien-Schlichting-Theorie vorhergesagt, mit einer wellenförmigen Bewegung vom laminaren in den turbulenten Strömungszustand übergeht. Auch Liepmanns Ergebnisse wurden 1943 in einem NACA-Report zusammenfassend dargestellt (Liepmann 1943). Parallel dazu vergab Kármán an Chia Chiao Lin die theoretische Analyse des Stabilitätsansatzes als Doktorarbeit. Lin war um diese Zeit noch nicht eingebürgert, so dass seine Dissertation offiziell von der als Kriegsprojekt des NACA durchgeführten experimentellen Forschung am GALCIT getrennt war. Doch Lins Danksagung an Liepmann im Vorwort macht deutlich, dass ihm die experimentellen Resultate über die Tollmien-Schlichting-Wellen sicher nicht verborgen blieben. Lins Dissertation trug die Überschrift „On the Development of Turbulence“. Er analysierte die Turbulenzentstehung als ein Stabilitätsproblem „along the lines initiated by Heisenberg“, die Arbeiten Tollmiens und Schlichtings erschienen nur als weniger bedeutende Folgearbeiten („using essentially Heisenberg’s theory“). Auch der Zusammenhang mit den geheimen Kriegsprojekten um die Entwicklung von Laminarflügeln war nicht auf den ersten Blick erkennbar. Dessen ungeachtet bedeutete Lins Doktorarbeit auch von theoretischer Seite eine Bestätigung der Göttinger Stabilitätsanalysen (Lin 1944).

Auch in Deutschland erforschte man während des Krieges die Möglichkeit laminarer Flügel. „Zur weiteren Steigerung der Flugleistungen von Luftfahrzeugen ist ein Senken des Reibungswiderstandes der dem Fahrtwind ausgesetzten Flächen erforderlich“, so leitete die Lilienthal-Gesellschaft, eine dem Luftfahrtministerium zugeordnete Forschungsorganisation, im Jahr 1940 ein Preisausschreiben „Über die laminare und turbulente Reibungsschicht“ ein.

Nach den Ergebnissen der Reibungsschichtforschung sind Erfolge zu erwarten, wenn es gelingt, die laminare Reibungsschichtform möglichst lange stromabwärts aufrecht zu erhalten, die Umschlagstelle in die turbulente Reibungsschichtform also möglichst weit vom vorderen Staupunkt abzurücken. (Lilienthal-Gesellschaft 1940: 3)

Das von Tollmien geleitete Preiskomitee sah in einer Arbeit von Schlichting, der inzwischen als Professor an der Technischen Hochschule Braunschweig wirkte, und seinem Assistenten Albert Ulrich die beste Lösung für das erhoffte Ziel. Schlichting und Ulrich entwickelten ein numerisches Verfahren, nach dem für ein vorgegebenes Flügelprofil der Umschlagpunkt an der Profiloberseite berechnet werden konnte, an dem die Grenzschicht turbulent wurde (Schlichting/ Ulrich 1940). Ausgezeichnet wurden auch Arbeiten von Horst Holstein (1940) und Joachim Pretsch (1941), die an der Aerodyna-

mischen Versuchsanstalt in Göttingen verschiedene Methoden der Grenzschichtbeeinflussung untersuchten (zum Beispiel durch Absaugen mit Hilfe poröser Wände).

Die Grenzschichtströmung möglichst lange laminar zu halten blieb ein wichtiges Ziel der deutschen Luftfahrtforschung im Zweiten Weltkrieg. Im Oktober 1941 veranstaltete die Lilienthal-Gesellschaft eine Konferenz über Grenzschichtprobleme, bei der Schlichting und seine Mitarbeiter eine systematische Untersuchung über den Einfluss des Flügelprofils auf die Lage des Umschlagpunktes vorlegten. Danach erschien der Anfachungsvorgang der Turbulenz komplexer als zunächst gedacht. Die von Tollmien und Schlichting früher untersuchte Instabilität markiere nur einen Anfangszustand und noch nicht den Beginn der turbulenten Grenzschichtströmung, deshalb sei „der experimentelle Umschlagpunkt immer etwas weiter stromabwärts als der theoretische Instabilitätspunkt zu erwarten“ (Schlichting/Bußmann/Ulrich 1941: 3). Wenig später berichteten Schlichting und ein Mitarbeiter von Untersuchungen, aus denen hervorging, dass bei hohen Reynoldszahlen und bei größeren Anstellwinkeln der Vorteil von Laminarflügeln zu einem Nachteil wurde, da dann die Umschlagstelle abrupt stromaufwärts rückte. Außerdem seien die Forderungen an die Glattheit der Flügeloberfläche so extrem, dass sie im praktischen Flugbetrieb nur sehr schwer erfüllt werden könnten. Dadurch wurden die Hoffnungen auf Laminarflügel deutlich gedämpft (Schlichting/Bußmann 1942). Dennoch verfolgte man auch weiter alle Möglichkeiten der Grenzschichtbeeinflussung und analysierte japanische, russische und amerikanische Berichte über Laminarflügel. Insbesondere das amerikanische Jagdflugzeug Mustang P-51 wurde Gegenstand eingehender Untersuchungen, sobald man von einem abgeschossenen Wrack den Flügel in Augenschein nehmen und im Windkanal seine aerodynamischen Eigenschaften messen konnte. Auch über die Notwendigkeit, Windkanäle mit einem besonders niedrigen Turbulenzgrad zu bauen, war man sich klar: Kleine Schwankungen in der Geschwindigkeit des Luftstroms, die „in Windkanälen üblicher Bauart weniger als 1 v. H. der Windgeschwindigkeit betragen“, seien „von erheblichem Einfluss auf die am Modellkörper wirkenden Kräfte“, heißt es in einem Bericht über die im Krieg durchgeführten Forschungen an der AVA.

Da im freien Fluge eine solche feinstrukturige Turbulenz nicht vorhanden ist, wird man in zahlreichen Fällen in Windkanälen üblicher Bauart keine zuverlässig auf die Wirklichkeit übertragbaren Modellmesswerte erhalten können. Daraus erklärt sich das Bedürfnis nach Windkanälen, deren Turbulenz möglichst klein ist. Daher wurde an der AVA der Bau eines turbulenzarmen Windkanals projektiert und durchgeführt. Er konnte 1943 seiner Bestimmung übergeben werden. (Holstein 1946a: 1)

Allerdings wurde kein Versuch unternommen, die Tollmien-Schlichting-Instabilität in der Platten-Grenzschicht darin experimentell nachzuweisen. Es kam auch nicht zum Einsatz dieses Windkanals für praktische Tests von

erbeuteten russischen und amerikanischen Laminarflügeln: „Solche Messungen sind bisher in Deutschland nicht gemacht. Daher kann die entscheidende Frage, ob brauchbare Laminarprofile bei R[eynolds, M.E.]-Zahlen der heutigen Flugzeuge zu verwirklichen sind, von uns jetzt nicht beantwortet werden“, schrieb der für den turbulenzarmen Windkanal der AVA zuständige Aerodynamiker in einem zusammenfassenden Bericht über „Versuche zur Grenzschichtbeeinflussung“ (Holstein 1946b: 13).

### **Kontroversen über die Rehabilitation des Stabilitätsansatzes**

Im September 1946 fand in Paris der erste Internationale Kongress für Angewandte Mechanik nach dem Krieg statt, mit dem die Tradition dieser in den 1920er Jahren begründeten Serie von Kongressen fortgesetzt wurde. Hugh Dryden informierte bei dieser Gelegenheit die versammelten Strömungsforscher über die Entdeckung der „Tollmien-Schlichting-Waves“ und über „Lin’s Revision“ der Stabilitätstheorie. Die noch beim letzten Mechanikkongress vor dem Krieg im Jahr 1938 dem Stabilitätsansatz entgegengebrachte Kritik sei damit hinfällig, das Problem könne nun als „essentially solved“ betrachtet werden: „The mechanism of the instability of the laminar boundary layer can be said to be fully understood. Whatever small disturbances are initially present are selectively amplified until large sinusoidal oscillations are present.“ (Dryden 1946) Deutsche Wissenschaftler waren bei diesem Kongress noch nicht zugelassen, doch Tollmien und Schlichting, die nach dem Krieg kurze Zeit im Auftrag der britischen Luftfahrtforschung arbeiteten, dürften sehr bald von dieser Rehabilitation ihrer Theorie erfahren haben. Im Sommer 1947, als Tollmien aus England zurückgekehrt war und die Nachfolge Prandtls auf dem Lehrstuhl für angewandte Mechanik an der Universität Göttingen antrat, gratulierte ihm Dryden zu dieser ehrenvollen Stelle und nutzte die Gelegenheit, ihm einen ausführlichen Bericht über die Arbeit von Schubauer und Skramstad zu übersenden: „You must feel proud that your early theoretical work was so fully confirmed. The real factor making the work possible was the attainment of an airstream of low turbulence.“<sup>12</sup> Tollmien empfand zwar Genugtuung über die experimentelle Bestätigung der Theorie, doch die Darstellung, die Lin über die theoretischen Entwicklungen der Stabilitätsanalyse gab, missfiel ihm gründlich. Besonders entrüstete er sich darüber, dass Lin den Anschein erwecke, damit selbst den Stabilitätsansatz rehabilitiert zu haben. „1945 glaubten eben viele Ausländer, daß die deutsche Wissenschaft tot wäre und daß man ungestraft in unserem Garten plündern könnte“, schrieb Tollmien 1949 an einen Kollegen.<sup>13</sup> Heisenberg gegenüber bezeichnete Tollmien die „historisch-kritischen Teile“ der Linschen Arbeit als „nicht gelungen“. Lins sonstigen Ausführungen zur Theorie sprach er jegliche Originalität ab: „Was er aus Eigenem beigetragen hat,

ist teils unerheblich, teils umstritten.“ Alles in allem halte er Lin „für einen hoffnungsvollen jungen Wissenschaftler, der nur etwas schlecht beraten war, 1945 eine Aufgabe anzugreifen, deren Schwierigkeiten er nicht übersah“.14 Die Göttinger Sicht der Stabilitätstheorie wurde kurz darauf von Holstein in der ZAMM publiziert. Darin wurde Lins Darstellung abqualifiziert und stattdessen empfohlen, das Turbulenzproblem anhand der „Originalveröffentlichungen der Schöpfer der Stabilitätstheorie“ zu analysieren (Holstein 1950: 49).

Diese Auseinandersetzungen zeigen, dass nun auch die Atmosphäre nach dem Krieg in die Problemdarstellung hineinwirkte. Deutsche Strömungsforscher aus der Schule Prandtls, die sich als Autoritäten in diesen Fragen fühlten, sahen sich durch den Kriegsausgang um ihre Verdienste gebracht. Hinzu kam, dass es auch nach der Rehabilitation des Stabilitätsansatzes für die Erklärung der Turbulenzanfuchung in einer laminaren Strömung reichlich Spielraum für unterschiedliche Deutungen gab. Holsteins Darstellung war nur der Auftakt für eine Reihe weiterer Arbeiten, in denen verschiedene Aspekte der Stabilitätstheorie kritisch unter die Lupe genommen wurden. Dabei ging es sowohl um mathematische als auch um physikalische Fragen. Die Rehabilitation der Stabilitätstheorie als legitimer Zugang für das Verständnis der Turbulenzanfuchung wurde zum Auftakt für eine neue Runde des Wettrennens um die Lösung auch anderer Aspekte des Turbulenzproblems. Insbesondere war der Beginn der Instabilität nicht mit dem Turbulenzumschlag selbst gleichzusetzen. „The regular waves grow in amplitude, then become very distorted, then bursts of high frequency fluctuations occur“, so beschrieb Dryden den Anfuchungsvorgang nach dem Einsetzen der Tollmien-Schlichting-Instabilität. Möglicherweise schließe sich daran ein Vorgang „like the breaking of water waves“ an, bevor die eigentliche Turbulenz einsetze. Jedenfalls bedürfe es weiterer theoretischer und experimenteller Forschung, um dieses Problem aufzuklären (Dryden 1946).15

## Das „große Problem der ausgebildeten Turbulenz“

Schon 1916 hatte Prandtl in seinem Arbeitsprogramm zur Turbulenztheorie neben der Turbulenzentstehung die voll entwickelte Turbulenz als zweites Problem charakterisiert, dem er auf den Grund gehen wollte. Wie der Umschlag vom laminaren in den turbulenten Zustand war auch die voll entwickelte Turbulenz ein Thema von unmittelbarer Relevanz für die Praxis. Die Strömung in Wasserleitungsrohren folgt gewöhnlich nicht dem Poiseuille'schen Gesetz, sondern weist ein für turbulente Rohrströmungen typisches Geschwindigkeitsprofil auf, das in Wandnähe steil ansteigt und schon weit vor der Rohrmitte einen flachen Verlauf annimmt (während es bei laminarem Durchfluss parabolisch ansteigt und erst in der Rohrmitte den Scheitel

erreicht). Heinrich Blasius, einer der ersten Schüler Prandtls, leitete 1913 aus einem reichen Fundus von experimentellen Daten Gesetzmäßigkeiten für die Reibungskoeffizienten bei turbulenter Rohrströmung in Abhängigkeit von der Reynoldszahl ab, an denen sich Theorien der voll entwickelten Turbulenz orientieren konnten. Prandtl und von Kármán leiteten aus den Blasiussschen Gesetzen eine Formel für die turbulente Wandreibung ab, wonach die mittlere Strömungsgeschwindigkeit proportional zu  $y^{1/7}$  mit dem Abstand  $y$  von der Wand zunehmen sollte (Eckert 2006: 118–124).

Auch andernorts wurde die turbulente Wandreibung zu einem Forschungsthema. Am National Physical Laboratory in England unternahm Thomas Stanton, ein ehemaliger Mitarbeiter von Reynolds, eine Vielzahl von Experimenten zur Bestimmung des turbulenten Reibungswiderstandes (Naylor 1966). Eine besonders eindrucksvolle Untersuchung kam aus Delft: B. G. van der Hegge Zijnen, der erste Assistent und Doktorand von Johannes Martinus Burgers, begann 1923 mit Experimenten zur Bestimmung der Geschwindigkeitsverteilung in der Grenzschicht einer im Windkanal angeströmten glatten ebenen Wand. Er benutzte dafür ein Hitzdraht-Anemometer, mit dem die Geschwindigkeit bis zu einem Wandabstand von 0,005 cm gemessen werden konnte. Beim ersten Internationalen Mechanikkongress 1924 in Delft teilte Burgers den versammelten Strömungsforschern mit, dass van der Hegge Zijnen mit dieser Methode das 1/7-Gesetz mit einer Genauigkeit von 2% bestätigt hatte (Burgers 1924). Im März 1925 legte Johann Nikuradse die Ergebnisse ausführlicher Untersuchungen über die turbulente Strömung in glatten Rohren aus gezogenem Messing und verschiedener Querschnitte (kreisrund, rechteckig, dreieckig) vor, die er im Rahmen seiner Doktorarbeit bei Prandtl durchgeführt hatte. Auch er stellte eine „gute Übereinstimmung“ mit dem „Prandtlschen 1/7-Potenzgesetz“ fest (Nikuradse 1926). In den darauf folgenden Jahren zeigten sich jedoch bei größeren Reynoldszahlen Abweichungen vom 1/7-Gesetz: „In einer neueren Fassung seiner Ideen legt Prandtl keinerlei Potenzformel mehr zugrunde“, schrieb Nikuradse 1932 bei der Zusammenfassung seiner Turbulenzmessungen (Nikuradse 1932: 15). An die Stelle des 1/7-Gesetzes trat nun eine logarithmische Geschwindigkeitsverteilung.

In seiner Autobiographie beschrieb Kármán, dass sich zwischen ihm und Prandtl über diese Fragen „eine Rivalität ersten Grades“ entwickelte, „eine Art Olympiade“, die sich auch auf die Schüler Prandtls in Göttingen und Kármáns in Aachen und später in Pasadena ausweitete. „Das ‚Spielfeld‘ war der Kongreß für technische Mechanik. Unser ‚Ball‘ war die Suche nach einem Universalgesetz für die turbulente Strömung.“ (Kármán 1967: 164) Diese Rivalität spiegelt sich auch in ihrer Korrespondenz wider: „Lieber Meister, Kollege und Exchef“, so begann Kármán im Februar 1921 einen Brief an Prandtl, in dem er ihm mitteilte, dass er „eine Art ‚turbulente Grenzschichttheorie‘ aufgebaut“ habe, mit der er ebenfalls das 1/7-Gesetz ableiten kön-

ne.<sup>16</sup> Prandtl räumte ein, dass Kármán, was die „turbulente Grenzschicht“ anging, „entschieden weiter“ als er selbst gekommen sei. Was das 1/7-Gesetz betraf, worüber er selbst bis dahin noch nichts veröffentlicht hatte, wollte er Kármáns Drang zur Publikation nicht hemmen: Er sei durchaus nicht eingeschnappt, wenn ihm Kármán zuvorkomme: „Ich werde dann hinterher schon sehen, wie ich mit meiner anderen Herleitung noch zu meinem Recht komme und werde es schliesslich verschmerzen können, wenn die publizistische Priorität in befreundeten Besitz übergegangen ist.“<sup>17</sup> In der Kármánschen Publikation wurde die Rivalität hinter dem Motiv verborgen, „die Grundgedanken der Prandtlschen Grenzschichttheorie vom mathematischen und physikalischen Gesichtspunkte aus möglichst einfach darzustellen“ und sie so weiterzuentwickeln, dass es möglich werde, „auch kompliziertere Fälle mit einfachen mathematischen Mitteln, wenigstens angenähert, zu erledigen“ (Kármán 1921: 233). Diese Erweiterung bestand in der Formulierung des Impulssatzes der Grenzschichttheorie: Durch Integration über die Dicke der Grenzschicht leitete er eine Bedingung für die ein- und ausströmenden Impulse eines Grenzschichtvolumens ab. Karl Pohlhausen hatte nach diesem Prinzip für die laminare Grenzschicht im Rahmen seiner Dissertation bei Prandtl ein Näherungsverfahren für Grenzschichtberechnungen entwickelt (Pohlhausen 1921). Kármáns Impulssatz war auch auf turbulente Grenzschichten anwendbar – und mit seiner Ableitung des 1/7-Wandgesetzes machte er davon einen ersten Gebrauch.

Prandtl trat erst einige Jahre später mit seinen Ideen über die voll entwickelte Turbulenz an die Öffentlichkeit. Als passende Gelegenheit dafür benutzte er den Zweiten Internationalen Kongress für Technische Mechanik, der 1926 in Zürich abgehalten wurde:

Das, was ich das ‚große Problem der ausgebildeten Turbulenz‘ nennen möchte, ein inneres Verstehen und eine quantitative Berechnung der Vorgänge, durch die aus den vorhandenen Wirbeln trotz ihrer Abdämpfung durch Reibung immer wieder neue entstehen, und eine Ermittlung derjenigen Durchmischungsstärke, die sich in jedem Einzelfall durch den Wettstreit von Neuentstehung und Abdämpfung einstellt, wird daher wohl noch nicht so bald gelöst werden. (Prandtl 1927: 736)

Auch wenn für Prandtl das Ziel einer umfassenden Theorie der ausgebildeten Turbulenz noch in weiter Ferne stand, sei es „immer noch möglich, auf einem durch Versuche kontrollierten ‚phänomenologischen‘ Weg verschiedene Gesetzmäßigkeiten, besonders über die in einer vorgelegten turbulenten Strömung eintretende mittlere Bewegung, theoretisch zu verfolgen“. Für die mittlere turbulente Strömung hatte schon Reynolds aus den Navier-Stokes-Gleichungen abgeleitet, dass die Turbulenz unabhängig von der Viskosität der Flüssigkeit Scherkräfte („Reynolds stress“) hervorrief, die sich wie eine viskose Reibung auswirken. Diese Ähnlichkeit brachte Prandtl auf den Gedanken, die „scheinbare Reibung“ durch die Turbulenz als einen Impulsaustausch zwischen aneinander reibenden Flüssigkeitsschichten aufzufassen,

der durch Wirbel quer zur Hauptfließrichtung vermittelt wird. Er definierte dazu einen „Mischungsweg“, auf dem ein turbulenter „Flüssigkeitsballen“ quer zur Hauptströmungsrichtung seinen Impuls an die Umgebung abgibt. Messdiagramme von Geschwindigkeitsverteilungen bei nicht-kreisförmigen Rohren, wie sie Nikuradse in seiner Doktorarbeit bestimmt hatte, waren für Prandtl ein Hinweis darauf, dass es etwa bei Rohren mit rechteckigem Querschnitt „Sekundärströmungen“ geben müsse, die „in Zusammenarbeit mit der gewöhnlichen turbulenten Mischbewegung“ einen Impulstransport in die Ecken bewirken, sonst seien die hohen Geschwindigkeiten dort nicht erklärbar. Die Sekundärströmungen könnten ihrerseits nur zustande kommen, wenn die Mischbewegung Kräfte hervorrufe, die in komplizierter Weise vom Verlauf des mittleren Geschwindigkeitsprofils abhängen und „um so stärker sind, je stärker die Krümmung ist“. Wie diese Dynamik zustande komme, könne er nicht erklären, „das ist eine Frage, die zu dem erwähnten ‚großen Turbulenzproblem‘ gehört“ (Prandtl 1927: 736, 738, 751).

Schon kurz vor dem Züricher Mechanikkongress hatte Prandtl über „Untersuchungen zur ausgebildeten Turbulenz“ berichtet und dabei den Mischungsweg, den er in dieser Fassung als „Bremsweg“ bezeichnete, als zusätzliche Größe eingeführt (Prandtl 1925: 716). Bei der Rohrreibung ergab sich zunächst keine Möglichkeit, nach diesem Ansatz die empirischen Potenzgesetze abzuleiten. Der erste Fall einer turbulenten Strömung, die mit dem Mischungsweg-Ansatz behandelt wurde, betraf den Austritt eines Luftstroms aus einer Düse, der durch die Vermischung mit der Umgebungsluft eine zunehmende Verbreiterung erfährt. Wie die von Tollmien durchgeführte Auswertung zeigte, wurde es damit überhaupt erst möglich, das Problem mathematisch zu formulieren (Tollmien 1926).

Die Lösung dieses und anderer mit dem Mischungsweg-Ansatz gelöster Probleme wurde damit erkauft, dass neue Parameter ins Spiel kamen, die erst nachträglich aus einem Vergleich mit Experimenten bestimmt werden konnten. Dies bedeutete eine neue Qualität für das Verhältnis von Theorie und Experiment bei den Turbulenzuntersuchungen. Oft wurden erst bei Anwendung des Mischungsweg-Ansatzes Zusammenhänge deutlich, die zuvor unerschlossen waren. Hiermit wurde zum Beispiel der Einfluss der Strömungsumlenkung auf die Turbulenz untersucht, was Auswirkungen auf den Bau von Windkanälen nach sich zog (Betz 1930). Auch Schlichtings erste Arbeit über Turbulenz beinhaltet eine Anwendung des Mischungsweg-Ansatzes: In seiner 1930 beendeten Dissertation berechnete er die Nachlaufströmung hinter einem von Luft angeblasenen Hindernis (Schlichting 1930), das Pendant zu dem von Tollmien behandelten Fall eines aus einer Düse in ruhende Luft geblasenen Strahls. In beiden Fällen wird durch turbulente Vermischung mit zunehmender Entfernung vom Hindernis beziehungsweise von der Düse die Geschwindigkeitsverteilung im Windschatten beziehungsweise im Strahl mit der in der Umgebungsluft angeglichen.

Auch Kármán verfolgte die mit dem Mischungsweg-Ansatz eröffneten Möglichkeiten für eine Theorie der ausgebildeten Turbulenz. Er nahm ebenfalls an, dass die turbulente Reibung durch einen Impulsübertrag quer zur Hauptströmung zustande kommt, doch er verzichtete auf Zusatzhypothesen über den Mischungsweg. Stattdessen setzte er voraus, dass der Impulsaustausch bei voll entwickelter Turbulenz an allen Punkten der Strömung ähnlich vonstatten gehe. Daraus ergab sich eine Formel für den Mischungsweg, die bis auf eine dimensionslose Konstante nur von der mittleren Größe der Geschwindigkeitsschwankungen abhing und keinen Raum mehr für Zusatzannahmen bot. Für den Fall einer Strömung zwischen parallelen ebenen Wänden leitete Kármán in Übereinstimmung mit den neuesten Messungen von Nikuradse ein logarithmisches Wandreibungsgesetz ab. Dasselbe Ergebnis ließ sich auch auf die Rohrströmung übertragen. Damit war „der Prandtl-sche heuristische Ansatz vom Mischweg im Prinzip bestätigt“ und „das Widerstandsgesetz in ausgezeichneter Übereinstimmung mit der Erfahrung abgeleitet“ (Kármán 1930: 322f., 336). In ähnlicher Weise präsentierte er seine Theorie auch 1930 auf dem Internationalen Mechanikkongress, der in diesem Jahr in Stockholm stattfand.

Die weitgehend mit denen Prandtls übereinstimmenden Ergebnisse erwecken den Anschein, man sei nach rund einem Jahrzehnt gemeinsamer Forschungsanstrengungen in der Frage der turbulenten Wandreibung zu einem harmonischen Abschluss gelangt. Tatsächlich hatte jedoch Anfang der 1930er Jahre die Rivalität zwischen Prandtl und Kármán einen Höhepunkt erreicht. Als Kármán aus dem Vorabdruck eines Tagungsberichts der Hamburgischen Schiffbauversuchsanstalt im Mai 1932 von dem Vortrag eines Mitarbeiters Prandtls erfuhr, der die jüngsten Fortschritte auf dem Gebiet des Reibungswiderstandes fast ausschließlich als Göttinger Leistung ausgab, platzte ihm der Kragen: Es sei „scheinbar auch Ihnen entgangen“, warf er Prandtl vor, „dass dieser Vortrag gegenüber meinem Vortrag in Stockholm 1930 nichts Neues enthält“. Da er Prandtl „als Beispiel des gerechten Menschen kenne“, schreibe er so offen. „Aber – Ihren Leutnants – die begreiflicher Weise keinen Gott ausser Ihnen kennen, traue ich nicht so ganz, die möchten hie und da Alles für Göttingen haben.“<sup>18</sup> Ähnlich äußerte er sich auch gegenüber dem Veranstalter der Hamburger Tagung. Er habe einen „gelinden Schreck bekommen“ und hoffe, dass im endgültigen Tagungsband eine Richtigstellung erfolge. „Wie schmerzt mich dies. Ihr Buchwerk wird für die nächsten 50 Jahre das Standardwerk für praktische Ingenieure werden; sie werden nur von Göttingen und Prandtl wissen.“<sup>19</sup> Prandtl versuchte die Wogen zu glätten.<sup>20</sup> Der im November 1932 abgeschlossene Tagungsband enthielt einen von Prandtl und seinem „Leutnant“ unterzeichneten Nachtrag, der der Auseinandersetzung den Wind aus den Segeln nahm (Prandtl/Eisner 1932).

Auch wenn damit der Streit um die Priorität beigelegt schien, garte die Angelegenheit unterschwellig weiter. „Damit Sie mich aber vollständig ver-

stehen“, hakte Prandtl nach, „will ich Ihnen im Folgenden kurz meine Einstellung zu der Frage darlegen.“ Auf drei Seiten setzte er Kármán auseinander, wie er sich als Folge seines Mischungsweg-Ansatzes seit 1927 an das universelle Wandgesetz herangetastet habe. Das Ergebnis dieser Bemühung sei für „die Praktiker, die nicht in die Theorie hineinsteigen wollen“, leichter nachzuvollziehen als die Kármánsche Theorie. „So mußte es kommen, daß unsere zum praktischen Gebrauch fertigmachte Formel Ihnen einstweilen den Rang ablief.“<sup>21</sup>

Der Streit erscheint bei oberflächlicher Betrachtung nur als eine Auseinandersetzung zwischen dem Lehrer, Prandtl, und seinem Meisterschüler, Kármán, im Wettstreit um das Verdienst, als Pionier der Turbulenzforschung in die Geschichte einzugehen. Doch die Auseinandersetzung verrät auch, wie nahe dieses Forschungsgebiet nun an die Technik herangerückt war. Kármán wurde noch zehn Jahre zuvor als Kandidat für eine Berufung auf einen Lehrstuhl für theoretische Physik gehandelt, Anfang der 1930er verortete er sich längst im Lager der Ingenieurwissenschaftler. Mit seiner dauerhaften Übersiedelung in die USA und dem Aufbau des GALCIT zu einer aerodynamischen Forschungsstätte, die eine wichtige Rolle für den Aufbau amerikanischer Flugzeugfirmen spielte, wurde diese Techniknähe weiter zementiert.

## Die statistische Turbulenztheorie

Seit Reynolds die Navier-Stokes-Gleichungen auch für die Beschreibung fluktuierender Geschwindigkeiten formuliert hatte, gab es das Bedürfnis, im Rahmen einer statistischen Theorie dem Wesen der ausgebildeten Turbulenz näher zu kommen. Doch erst in den 1930er Jahren wurde eine statistische Turbulenztheorie formuliert, die diesem Anspruch gerecht wurde. Die Initiative dazu ging von Taylor aus, dem dies schon seit langem ein besonderes Anliegen war. Taylors Turbulenzforschungen begannen im Rahmen einer von der britischen Regierung nach der Titanic-Katastrophe 1912 organisierten Expedition über die Verteilung von Eisbergen im Nordmeer. Als Meteorologe hatte er dabei mithilfe von Drachen die statistische Verteilung von Windrichtungen und Windgeschwindigkeiten ermittelt. In seinen frühen, im Ersten Weltkrieg publizierten Turbulenzarbeiten unternahm er erstmals den Versuch, meteorologische Daten für eine statistische Theorie der Turbulenz nutzbar zu machen. 1921 publizierte er einen Aufsatz über „Diffusion by continuous movements“, in dem er die Korrelationsfunktion zwischen Geschwindigkeitsfluktuationen ins Zentrum einer statistischen Theorie rückte. Dieser Ansatz blieb lange unbeachtet und wurde auch von Taylor selbst erst in den 1930er Jahren weiterentwickelt, da sich zunächst keine praktischen Folgerungen ergaben. Über die damit einhergehenden mathematischen Fra-

gen kam Taylor jedoch mit Norbert Wiener in Kontakt, was bei Wiener das Interesse an den Problemen der statistischen Physik hervorrief. Umgekehrt begann sich Taylor für Wieners „Generalized Harmonic Analysis“ zu interessieren. Dies erwies sich später als nützlich bei der Beschreibung der voll entwickelten Turbulenz (Batchelor 1996: Kap. 5, 12, Battimelli 1986).

1935 unternahm Taylor einen neuen Ansatz zu einer statistischen Turbulenztheorie. Den Anstoß dafür lieferte nicht die Meteorologie, sondern die Verbesserung der Windkanal-Messtechnik, die es möglich machte, auch geringfügige Schwankungen in der Geschwindigkeit des Luftstroms von Windkanälen zu registrieren. „The recent improvements in the technique of measuring turbulence have made it possible actually to measure some of the quantities envisaged in the theory and thus to verify some of the relationships then put forward“, so leitete er eine Serie von Artikeln zur statistischen Turbulenztheorie ein (Taylor 1935: 288). Mit dem Verweis auf die jüngsten Verbesserungen in der Messtechnik bezog er sich auf die zur Messung der Windkanalturbulenz eingesetzte Hitzdrahtmethode, die von Dryden und seinen Mitarbeitern am NBS mithilfe einer ausgeklügelten Elektronik zu einem Präzisionsverfahren weiterentwickelt worden war. Damit konnten auch die in Taylors Theorie wichtigen Korrelationsfunktionen bestimmt werden, die den statistischen Zusammenhang zwischen Geschwindigkeitsfluktuationen in Abhängigkeit vom Abstand zweier Messpunkte beschreiben. Um den Grad der Turbulenz im Windkanal zu modifizieren, setzte man Gitter unterschiedlicher Maschenweite in den Luftstrom und maß die dadurch hervorgerufene Verwirbelung. In einigem Abstand vom Gitter und bei gleichzeitiger Verengung des Kanalquerschnitts (das heißt Erhöhung der Grundgeschwindigkeit) wurde ein Zustand ausgebildeter Turbulenz erreicht, der dem Idealfall der „homogenen isotropen Turbulenz“ nahe kam. Dabei sind innerhalb eines Messquerschnitts quer zur Grundströmung in einem gegebenen Abstand vom Gitter die statistischen Werte (zum Beispiel die Korrelationsfunktion zwischen benachbarten Geschwindigkeitsfluktuationen) unabhängig vom Ort und der Richtung der Messung. Für diesen Fall lieferte die statistische Turbulenztheorie Aussagen, die experimentell überprüft werden konnten (Taylor 1935: 310).

Ein Mitarbeiter Drydens exportierte das Know-how dieser Messtechnik vom NBS zum GALCIT, wo Kármán in den 1930er Jahren die Windkanalturbulenz ebenfalls zu einem Forschungsthema machte. Taylors Theorie erregte dort sofort größtes Interesse. Schon 1936 erweiterten Kármán und Leslie Howarth, ein Mathematiker aus Cambridge, der gerade als Gastforscher an das GALCIT gekommen war, die Taylorsche Theorie, indem sie Eigenschaften der darin enthaltenen Korrelationsfunktionen näher untersuchten (Kármán 1937). 1938 erkannte Taylor, dass mit den Korrelationsfunktionen auch das Spektrum der Turbulenz, also die Verteilung der Geschwindigkeitsfluktuationen auf verschiedene Frequenzen, für den Abgleich von Theorie und

Experiment herangezogen werden konnte. Doch auch diese Erweiterung ließ noch wesentliche Fragen wie zum Beispiel nach dem Energietransport in der Turbulenz unbeantwortet. „Though in 1937 I had realized the equivalence of the correlation description of turbulence and the spectrum description“, beschrieb Taylor im Rückblick seinem Schüler George Batchelor gegenüber den Status seiner Theorie,

my idea of the dynamics was directed to trying to connect the rate of increase of mean-square vorticity with dispersion (...) This idea was expressed in a suitable mathematical form by Karman & Howarth for isotropic turbulence, but it did not lead to the law of grinding down in scale of eddies and I do not think I had any idea that a similarity argument could be used for this purpose till 1945 when you discovered those 1941 papers by Kolmogorov in a library. (Batchelor 1996: 173).

Mit dem russischen Mathematiker Andrei Nikolaevich Kolmogorov, auf dessen Beitrag Taylor damit anspielte, trat die Geschichte der statistischen Turbulenztheorie in eine neue Phase. 1933 hatte Kolmogorov ein Lehrbuch über die „Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung“ verfasst. In den 1930er Jahren publizierte er mehr als sechzig Veröffentlichungen zur Wahrscheinlichkeitstheorie, Topologie, Funktionentheorie, mathematischen Logik und zu verschiedenen mathematischen Anwendungsgebieten. Als er von Taylors Publikationen aus dem Jahr 1935 erfuhr, bezog er auch die Turbulenztheorie in den Kreis seiner weitgespannten mathematischen Interessen ein (Yaglom 1994). Die von Kolmogorov und seinen Schülern danach erarbeitete Theorie ging von der Hypothese aus, dass sich auf der kleinsten Skala der turbulenten Bewegungen ein statistisches Gleichgewicht einstellt. Aus Ähnlichkeitsbetrachtungen folgten daraus neue Gesetzmäßigkeiten für die isotrope Turbulenz, die nur noch von der Viskosität und der Energiedissipationsrate abhängen. Damit wurde es möglich, das von Taylor erwähnte „grinding down in scale of eddies“ zu beschreiben. Die 1941 publizierten Arbeiten Kolmogorovs blieben jedoch im Westen völlig unbekannt, bis Batchelor sie nach dem Krieg in der englischen Ausgabe der russischen Akademieberichte in der Bibliothek der Cambridge Philosophical Society entdeckte und 1946 beim ersten internationalen Nachkriegs-Mechanikkongress in Paris darüber vortrug. Dabei erwähnte er auch Arbeiten von Lars Onsager, Carl Friedrich von Weizsäcker und Werner Heisenberg, die 1945 in ähnlicher Weise, aber von ganz unterschiedlichen Ansätzen ausgehend, zu (mehr oder weniger) denselben Resultaten gelangten (Batchelor 1946).

Was diesen Kriegs- und Nachkriegsarbeiten zur statistischen Turbulenztheorie ihren besonderen Charme verlieh, waren die aus wenigen Grundannahmen resultierenden Gesetzmäßigkeiten voll ausgebildeter Turbulenz im Idealfall isotroper homogener Strömungen. So lieferte die Theorie zum Beispiel eine Voraussage für das Turbulenzspektrum, wonach sich die Energie auf Wirbel verschiedener Größe proportional zu  $k^{-5/3}$  verteilt ( $k$  ist ein Maß für die Größe der Wirbel). Dabei handelte es sich um universelle

Gesetzmäßigkeiten, die von der Art des Fluids unabhängig waren. Sie trafen auf kosmische Gasmassen ebenso zu wie auf Meeresströmungen oder den Luftstrom in einem Windkanal. Zur wissenschaftlichen Attraktivität, bedingt durch die Einfachheit der zugrundeliegenden Annahmen und die große Reichweite der daraus folgenden Resultate, kam die Fülle möglicher Anwendungen.

## Problemwahrnehmungen

Binnen weniger Jahre nach Batchelors Mitteilung über die Fortschritte bei der statistischen Turbulenztheorie wurde daraus fast eine Art Modebeschäftigung für Theoretiker unterschiedlichster Provenienz: Astrophysiker, Mathematiker und Meteorologen fühlten sich ebenso angesprochen wie Aerodynamiker, dem Thema auf die eine oder andere Art beizukommen. Doch die Begeisterung für die Theorie eilte ihrer experimentellen Untermauerung weit voraus. Heisenberg glaubte 1948 schon, „dass das Turbulenzproblem in seinem physikalischen Kern wohl als gelöst angesehen werden kann“ (Heisenberg 1948: 434), obwohl erst in den 1960er Jahren überzeugende experimentelle Daten für die von der Theorie vorhergesagten universellen Gesetzmäßigkeiten vorgelegt wurden.

Was Heisenberg dabei als „das Turbulenzproblem“ ansah, war nicht mehr identisch mit dem, was Noether in den 1920er Jahren darunter verstanden hatte. Offenbar erschien Heisenberg die Frage nach der Turbulenzanfachung, die damals im Mittelpunkt stand, angesichts des Nachweises der Tollmien-Schlichting Wellen und der Revision der Stabilitätstheorie durch Lin als erledigt, so dass nur noch das Problem der voll ausgebildeten Turbulenz zur Lösung anstand. Nun erschienen ihm auch die Resultate der statistischen Turbulenztheorie so überzeugend, dass er das „Turbulenzproblem“ insgesamt als gelöst betrachtete.

Allerdings währte diese Ansicht nicht lange. Schlichting hielt auch dann, als bereits zahlreiche Experimente die Aussagen der statistischen Theorie isotroper Turbulenz bestätigt hatten, mit Blick auf technische Anwendungen die ältere Mischweglängentheorie Prandtls für überlegen: „[...] none of the many ‚theories of turbulence‘, conceived by other authors, especially the statistical theory of turbulence, succeeded in replacing it by something substantially superior.“ (Schlichting 1975: 304) In einer Rückschau im Jahr 2002 stellte ein Schüler Batchelors selbstkritisch fest: „In some ways, it now seems that the intense preoccupation in the postwar years with the problem of homogeneous isotropic turbulence was perhaps misguided.“ (Moffatt 2002: 28) Mit Blick auf technische Anwendungen erschien der Idealfall der homogenen isotropen Turbulenz nur von begrenztem Interesse. Bei turbulenten Grenzschichtströmungen oder bei den aus Düsen austretenden Strahlen war

diese Idealisierung nicht möglich. In solchen Fällen kam man mit dem phänomenologischen Mischweg-Ansatz weiter als mit statistischen Theorien.

Auch was das in den 1920er Jahren formulierte Turbulenzproblem betrifft, den Übergang vom laminaren in den turbulenten Zustand, lieferten Theorien wie die von Tollmien und Schlichting für die Grenzschichtinstabilität nur Teilantworten. „The present state of affairs is such that one must depend on experiment“, so charakterisierten Aerodynamiker am NBS, wo der laminare-turbulente Übergang mithilfe der Hitzdrahtmethode besonders intensiv weiter erforscht wurde, zu Beginn der 1960er Jahre den aktuellen Problemstatus auf diesem Gebiet. Nur das anfängliche Einsetzen der Instabilität werde von der Tollmien-Schlichting-Theorie zutreffend beschrieben, „there remains a deep void in the understanding of the subsequent non-linear behaviour and the actual breakdown of the laminar boundary layer“ (Klebanoff/Tidstrom/Sargent 1962: 1f.). Ein Mathematiker erinnerte sich an die 1960er Jahre, als nicht-linearen Stabilitätstheorien besondere Aufmerksamkeit geschenkt wurde, als „the expansive 1960s“ (Stuart 1986: 1). Aber mit der Erfahrung des Scheiterns vieler solcher Ansätze kam bald eine neue Ernüchterung auf. Die Erforschung des Grenzschichtumschlags leide an plötzlichen Trendwenden und Perspektivwechseln, heißt es in einem Übersichtsartikel aus dem Jahr 1988. Sogar innerhalb eines spezialisierten Forschungsfeldes wie „shear flow stability“ hätten verschiedene Arbeiten „a zero-overlap of cited literature“. Dies verweise auf den Facettenreichtum in diesem Forschungsgebiet. Die Entwicklung einer allgemeinen Theorie für den Turbulenzumschlag sei „yet a utopia“ (Herbert 1988).

In jüngster Zeit scheint sich, was das „transition problem“ betrifft, wieder eine größere Zuversicht einzustellen. So berichtete Science im Jahr 2004 über ein neues Forschungsergebnis zum Turbulenzumschlag:

The achievement stems from a collaboration between engineers, physicists, and mathematicians. It opens the door not only to a full understanding of the transition problem, but also to possibilities for influencing and controlling transitions, with far-reaching engineering implications. The new results also demonstrate that it is never too late to attack an old problem, especially if it is done as an interdisciplinary effort. (Busse 2004: 1575)

## **Turbulenz – auch ein Problem für die Wissenschafts- und Technikgeschichte?**

Wenn Wissenschaftler Probleme von disziplinübergreifender Natur wie auf dem Gebiet der Turbulenz erforschten, blieben sie dennoch in der Regel ihren jeweiligen lokalen, kulturellen und disziplinären Milieus verhaftet. Physiker, Mathematiker, Kosmologen, Luftfahrtingenieure oder Meteorologen, die sich über Turbulenz austauschten, behielten in der Regel ihre unterschiedlichen disziplinären Identitäten. Nur in Ausnahmefällen kann

von echten „Hybridkarrieren“ (Kranakis 1992) die Rede sein. In der Strömungsforschung kam es insbesondere während der Zwischenkriegszeit zu einer Fragmentierung in eine Vielzahl technik-relevanter Teilgebiete (Gasdynamik, Kavitation, Flugzeugaerodynamik), so dass auch die Turbulenz verstärkt aus einer technikorientierten Perspektive wahrgenommen wurde. Doch ein gesteigertes Anwendungsinteresse schloss nicht aus, dass auch von Technikerseite aus ein „feinfühliges Ahnen der physikalischen Vorgänge“ für notwendig erachtet wurde, um das Turbulenzproblem etwa bei der Flugzeugaerodynamik in den Griff zu bekommen (Eckert 2006: Kap. 10).

Bedingt durch diese Vielfalt von unterschiedlichen Erkenntnis- und Anwendungsinteressen, Herangehensweisen und Perspektiven stellten sich auch die jeweils als „Problem“ wahrgenommenen Forschungsfragen immer wieder neu. Einige Probleme scheinen die Forscher angesichts der stürmisch fortschreitenden Entwicklung schlicht ad acta gelegt zu haben, ohne sich weiter um eine Lösung zu bemühen. Als sich Heisenberg viele Jahre später an die Kontroverse mit Noether erinnerte, räumte er ein, dass es nie gelungen sei, einen Fehler in Noethers Argumentation nachzuweisen, obwohl sich im Nachhinein die Instabilität der Poiseuille-Strömung entgegen dem Noetherschen „Beweis“ als richtig herausgestellt habe (Heisenberg 1969).<sup>22</sup>

Die Variabilität und Offenheit der Turbulenzproblematik förderte auch das Bedürfnis nach einer Vergewisserung über erzielte Fortschritte. In kaum einem anderen Gebiet versuchen sich so viele der beteiligten Akteure selbst an einer historischen Darstellung ihres Forschungsgebietes. Lehrbücher zur Turbulenz enthalten oft ausführliche historische Exkurse, in denen die Autoren im Unterschied zu den historischen Einführungen von weniger strittigen Sachverhalten anderer Lehrbücher nicht lediglich einem Heroenkult des eigenen Faches frönen, sondern sich ernsthaft mit dem Inhalt der „historischen“ Arbeiten auseinandersetzen. In einem 1965 publizierten Lehrbuchklassiker auf dem Gebiet der statistischen Turbulenztheorie gibt es Hunderte von Literaturziten, von denen viele aus der Zeit vor dem Zweiten Weltkrieg und einige sogar noch aus dem 19. Jahrhundert stammen (Monin/Yaglom 1971, 1975). Im Jahr 2001 diente dieses Lehrbuch einem der Autoren (Yaglom) und dem amerikanischen Turbulenzforscher John L. Lumley, der drei Jahrzehnte zuvor dessen Übersetzung ins Englische veranlasst hatte, als Quelle für einen Jahrhundertrückblick. Die darin angestellten Betrachtungen würde man eher von wissenschaftshistorischen oder -soziologischen Untersuchungen erwarten als von den beteiligten Akteuren (Lumley/Yaglom 2001).

Obwohl diese Form der selbst produzierten Wissenschaftsgeschichte nicht neu ist,<sup>23</sup> geht es bei den historischen Exkursen von Turbulenzforschern nicht, oder nicht nur, um die Verteilung von Lorbeeren, sondern um die eigene Standortbestimmung in einem unüberschaubaren Labyrinth von alten und neuen Forschungsansätzen. Dies wird auch von den Akteuren selbst so wahrgenommen und problematisiert, wie zum Beispiel bei Gele-

genheit einer Tagung im Jahr 1989, die unter dem Thema „Whither Turbulence? Turbulence at the Crossroads“ stand. Die divergierenden Trends der Turbulenzforschung und ihre ungelösten Probleme, so stand zu befürchten, beeinträchtigen die weitere Förderung. Ein Konferenzteilnehmer referierte über „The Utility and Drawbacks of Traditional Approaches“, wobei es vor allem um das Dilemma der statistischen Theorie angesichts geordneter Strukturen in der Turbulenz ging, auf die sich seit den 1970er Jahren das Augenmerk vieler Turbulenzforscher richtete. Neue Ansätze über dynamische Systeme fügten auch dem Turbulenzproblem eine weitere Komponente hinzu. „The so-called ‘turbulence problem’ is not a monolithic entity“, führte ein anderer Tagungsteilnehmer (Katepalli R. Sreenivasan) aus. Zu den beiden Problembündeln, die mit der Turbulenzentstehung und der voll ausgebildeten Turbulenz zu tun hätten, komme als drittes “the control of turbulence – by which is meant ‚making turbulent flows behave the way one wants.’“ Einem mit Forschungsförderung befassten Funktionär musste die Turbulenz wie ein vielarmiger Krake erscheinen, dem immer wieder neue Fangarme nachwachsen. Am Ende des Workshops hoffte der Organisator Lumley, dass man genügend „ammunition“ beigebracht habe, „that monitors could use to keep other monitors from raiding their budgets. ... I wanted to pull us together a little bit to help to establish a sense of community in our diversity.“ (Lumley 1989: 1, 13, 270, 535)

Am Ende des 20. Jahrhunderts machte sich unter Turbulenzforschern die Überzeugung breit, dass man einer weiteren Diversifizierung entgegenwirken müsse. Bei einer Konferenz im Jahr 1990 äußerten die Teilnehmer die Überzeugung, „that ordering the field of turbulence research had to be achieved by reconciling pure research and application“ (Turnbull 1995: 17). Das Auseinanderklaffen von „reiner“ Forschung und Anwendung war schon am Beginn des 20. Jahrhunderts charakteristisch für die Situation der Hydrodynamik und der Hydraulik; hundert Jahre später hat es den Anschein, dass sich daran, was die Turbulenzforschung angeht, prinzipiell nichts geändert hat. Doch der Schein trügt. Wenn Turbulenzforscher heute bekennerschaft von der eigenen Zunft fordern, die Kluft zwischen Theorie und Praxis zu überbrücken, so steht im Hintergrund das Interesse weitergehender Forschungsförderung. Theorie und Praxis in der Turbulenzforschung kamen spätestens seit den 1930er Jahren, als Hitzdrahtmessungen in Windkanälen die empirische Grundlage für Taylors statistische Turbulenztheorie lieferten, in engen Kontakt.

Für die Wissenschafts- und Technikgeschichte bietet die Turbulenzforschung gerade wegen der Vielfalt von Problemstellungen, Forschungsansätzen und Vorgehensweisen ein hervorragendes Untersuchungsfeld, das mit verschiedenen historiographischen Methoden ausgelotet werden kann. Die Geschichte der Turbulenzforschung hält einen unerschöpflichen Fundus an Fallbeispielen bereit, um das Wechselspiel unterschiedlicher Interessen und

Problemvorstellungen im Detail zu untersuchen. Die Dynamik von Theoriebildung, die Entwicklung des Theorie-Praxis-Konflikts, die Persistenz lokaler Forschungstraditionen und die Doppelrolle der Technik als Mittel und Zweck von wissenschaftlicher Forschung (am Beispiel des Windkanals) lassen sich mit dem „Turbulenzproblem“ weiter ergründen. Der in diesem Aufsatz vorgestellte Problemaufriss sollte dazu einen ersten Anstoß liefern.

## Anmerkungen

- \* Diese Studie entstand im Rahmen eines Projekts zur Geschichte der Strömungsforschung, das von der Deutschen Forschungsgemeinschaft als Teilprojekt der Forschergruppe 393 gefördert wurde. Ich danke auch den Kollegen am Deutschen Museum, wo ich ein für dieses Forschungsthema an der Schnittstelle von Wissenschafts- und Technikgeschichte bestens geeignetes Milieu gefunden habe.
- 1 Manuskript „Turbulenz I“ Göttingen, Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek (NSUB), Teilnachlass Ludwig Prandtl, Acc. Mss. 1999.2, Cod. Ms. L. Prandtl 18, Blatt 15.
  - 2 Prandtl an Noether, 1. Juni 1922. Archiv zur Geschichte der Max-Planck-Gesellschaft in Berlin (im Folgenden als MPGA abgekürzt), Abt. III, Rep. 61, Nr. 1155.
  - 3 Noether an Prandtl, 8. Juni 1922. Ebd.
  - 4 Prandtl an Kármán, 14. Juni 1921. MPGA, Abt. III, Rep. 61, Nr. 792.
  - 5 Hopf an Prandtl, 26. Mai 1922. Ebd., Nr. 704.
  - 6 Hopf an Prandtl, 28. Mai 1923. Ebd.
  - 7 Prandtl an Heisenberg, 19. Juli 1923. MPGA, Abt. III, Rep. 61, Nr. 643.
  - 8 Prandtl an Noether, 12. Juli 1926. Ebd., Nr. 1155. Vgl. auch Prandtl 1926.
  - 9 Prandtl an Hopf, 20. Juli 1926. MPGA, Abt. III, Rep. 61, Nr. 704.
  - 10 Lewis an Warner, 6. Mai 1940. Hugh L. Dryden Papers Ms. 147, Special Collections, Milton S. Eisenhower Library, The Johns Hopkins University (Dryden Papers), Subject-Files, Misc. Correspondence, Box 62.
  - 11 NBS-Report to NACA for the Fiscal Year 1942. Ebd.
  - 12 Dryden an Tollmien, 27. August 1947. MPGA, Abt. III, Rep. 76B, Nachlass Walter Tollmien, Schachtel 1 (Schriftwechsel 1947–1950).
  - 13 Tollmien an Willers, 4. April 1949. Ebd.
  - 14 Tollmien an Heisenberg, 18. Juli 1950. Ebd.
  - 15 Bald darauf häuften sich die Erkenntnisse über diese Zwischenzone, innerhalb derer die laminare Grenzschichtströmung – durch Instabilitäten aus dem Tritt gebracht – über verschiedene Zwischenstadien am Ende in einen vollkommen turbulenten Zustand übergeht. Davon zeugen zum Beispiel ein Symposium am National Physical Laboratory in Teddington über „Boundary Layer Effects in Aerodynamics“ (Görtler 1955), ein Überblicksartikel Drydens (1956) anlässlich der Jahrestagung der Deutschen Versuchsanstalt für Luftfahrt in München und ein Symposium (Görtler/Witting 1958), das die IUTAM im August 1957 dem Thema „Boundary Layer Research“ widmete.
  - 16 Kármán an Prandtl, 12. Februar 1921. Göttingen, Archiv der DLR, GOAR 3684.
  - 17 Prandtl an Kármán, 16. Februar 1921. MPGA, Abt. III, Rep. 61, Nr. 792.
  - 18 Kármán an Prandtl, 26. September 1932. Ebd., Nr. 793.
  - 19 Kármán an Kempf, 26. September 1932. Ebd.
  - 20 Prandtl an Kármán, 29. September 1932. Ebd.
  - 21 Prandtl an Kármán, 19. Dezember 1932. Ebd.
  - 22 Bis heute scheint dieser Widerspruch nicht aufgeklärt worden zu sein.
  - 23 Vgl. dazu insbesondere Forman 1991 und Brush 1995.

## Literatur

- Batchelor, George K., 1946. Double Velocity Correlation Function in Turbulent Motion. *Nature*, 158, 883–884.
- Batchelor, George K., 1996. *The Life and Legacy of G. I. Taylor*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Battimelli, Giovanni, 1984. The Mathematician and the Engineer. Statistical Theories of Turbulence in the 20s. *Rivista di Storia della Scienza*, 1, 73–94.
- Battimelli, Giovanni, 1986. On the History of the Statistical Theories of Turbulence. *Revista mexicana de fisica* (supplemento), 32, No. S1, S1–S48.
- Betz, Albert, 1930. Über turbulente Reibungsschichten an gekrümmten Wänden. In: A. Gilles, L. Hopf und Th. von Kármán, Hg., *Vorträge aus dem Gebiete der Aerodynamik und verwandter Gebiete (Aachen 1929)*. Berlin: Springer, 10–18.
- Brush, Stephen G., 1995. Scientists as Historians. *Osiris*, 2. Serie, Bd. 10: Constructing knowledge in the history of science, 214–231.
- Burgers, Johannes Martinus, 1924. The Motion of a Fluid in the Boundary Layer along a Plane Smooth Surface. In: C. B. Biezeno und J. M. Burgers, Hg., *Proceedings of the First International Congress for Applied Mechanics*. Delft: Techn. Boekhandel en Drukkerij J. Waltman Jr., 113–128.
- Busse, Friedrich, 2004. Visualizing the Dynamics of the Onset of Turbulence. *Science*, 305, 1574–1575.
- Darrigol, Olivier, 2002. Turbulence in 19th Century Hydrodynamics. *Historical Studies in the Physical and Biological Sciences*, 32, 2, 207–262.
- Darrigol, Olivier, 2005. *Worlds of Flow. A History of Hydrodynamics from the Bernoullis to Prandtl*. Oxford: Oxford University Press.
- Doenhoff, Albert E. von, 1940. *Investigation of the Boundary Layer about a Symmetrical Airfoil in a Wind Tunnel of Low Turbulence*. NACA Wartime Report L-507.
- Dryden, Hugh, 1946. *Some Recent Contributions to the Study of Transition and Turbulent Boundary Layers*. Paper Presented at the Sixth International Congress for Applied Mechanics, Paris, September 22–29, 1946 [Publiziert als NACA Technical Note No. 1168, April 1947].
- Dryden, Hugh, 1956. Recent Investigations of the Problem of Transition. *Zeitschrift für Flugwissenschaft*, 4, 89–95.
- Eckert, Michael, 2006. *The Dawn of Fluid Dynamics. A Discipline between Science and Technology*. Weinheim: Wiley-VCH.
- Eckert, Michael/Märker, Karl, Hg., 2000. *Arnold Sommerfeld. Wissenschaftlicher Briefwechsel*. Bd. 1. Berlin/Diepholz/München: Deutsches Museum und GNT-Verlag.
- Epple, Moritz/Schmaltz, Florian, Hg., in Vorbereitung. *Proceedings of an International Workshop on the History of Fluid Mechanics in the 20th Century in Schloss Rauischholzhausen* (15.–18. Okt. 2006).
- Feynman, Richard P./Leighton, Robert B./Sands, Matthew, 1964. *The Feynman Lectures on Physics*. Bd. 2. Reading, Mass.: Addison-Wesley.
- Forman, Paul, 1991. Independence, not Transcendence, for the Historian of Science. *Isis*, 82, 71–86.
- Gericke, Helmuth, 1972. *50 Jahre GAMM*. Berlin: Springer.
- Görtler, Henry, 1955. Boundary Layer Effects in Aerodynamics. Bericht über ein Symposium. *Zeitschrift für Flugwissenschaft*, 3, 159–164.
- Görtler, Henry/Witting, H., 1958 [1957]. Theorie der sekundären Instabilität der laminaren Grenzschichten. In: Henry Görtler, Hg., *Boundary Layer Research. Symposium Freiburg/Br. August 26–29. 1957*. Berlin u.a.: Springer, 110–126.
- Heisenberg, Werner, 1924. Über Stabilität und Turbulenz von Flüssigkeitsströmen. *Annalen der Physik*, 74, 577–627.
- Heisenberg, Werner, 1948. Bemerkungen zum Turbulenzproblem. *Zeitschrift für Naturforschung*, 3a, 434–437.

- Heisenberg, Werner, 1969. Significance of Sommerfeld's Work Today. In: Fritz Bopp und Hans Kleinpopp, Hg., *Physics of the One- and Two-Electron-Atoms*. Amsterdam: North-Holland Publishing Company, 44–52.
- Herbert, Thorwald, 1988: Secondary Instability of Boundary Layers. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 20, 487–526.
- Holstein, Horst, 1940. *Messungen zur Laminarhaltung der Grenzschicht durch Absaugung an einem Tragflügel*. Lilienthal-Gesellschaft, S-10, 17–27.
- Holstein, Horst, 1946a. Der grosse turbulenzarme Kanal der Aerodynamischen Versuchsanstalt Göttingen. In: Modellversuchstechnik, Teil 1: Modellversuchsanlagen (D1), redigiert von R. Seiferth. In: Albert Betz, Hg., *Monographien über Fortschritte der deutschen Luftfahrtforschung (seit 1939)*. Göttingen: DLR, (GO-AVA 65).
- Holstein, Horst 1946b. Versuche zur Grenzschichtbeeinflussung. In: Grenzschichten (B), redigiert von W. Tollmien. In: Albert Betz, Hg., *Monographien über Fortschritte der deutschen Luftfahrtforschung (seit 1939)*. Göttingen: DLR, (GO-AVA 65).
- Holstein, Horst, 1950. Über die äußere und innere Reibungsschicht bei Störungen laminarer Strömungen. *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, 30, 25–49.
- Hopf, Ludwig, 1909. *Turbulenz bei einem Flusse. Über Schiffswellen*. Dissertation, Universität München.
- Hopf, Ludwig, 1914. Der Verlauf kleiner Schwingungen auf einer Strömung reibender Flüssigkeit. *Annalen der Physik*, 44, 1–60.
- Juhasz, Stephen, Hg., 1988. *IUTAM. A Short History*. Berlin: Springer.
- Kármán, Theodore von, 1921. Über laminare und turbulente Reibung. *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, 1, 233–252 [auch in: *Collected Works of Theodore von Kármán*, 2, 70–97].
- Kármán, Theodore von, 1930. Mechanische Ähnlichkeit und Turbulenz. *Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Mathematisch-Physikalische Klasse*, 58–76 [auch in: *Collected Works of Theodore von Kármán*, 2, 322–336].
- Kármán, Theodore von, 1937. The Fundamentals of the Statistical Theory of Turbulence. *Journal of the Aeronautical Sciences*, 4, 131–138 [auch in: *Collected Works of Theodore von Kármán*, 3, 228–244].
- Kármán, Theodore von, 1968. *Die Wirbelstrasse. Mein Leben für die Luftfahrt*. Hamburg 1968 [amerik. Original 1967].
- Klebanoff, P. S./Tidstrom, K. D./Sargent, L. M., 1962. The Three-Dimensional Nature of Boundary Layer Instability. *Journal of Fluid Mechanics*, 12, 1–34.
- Kranakis, Eda, 1992. Hybrid Careers and the Interaction of Science and Technology. In: Peter Kroes und Martijn Bakker, Hg., *Technological Development and Science in the Industrial Age. New Perspectives on the Science-Technology Relationship*. Dordrecht/Boston/London: Kluwer, 177–204.
- Liepmann, Hans, 1943. *Investigations on Laminar Boundary Layer Stability and Transition on Curved Boundaries*. NACA ACR No. 3H30.
- Lilienthal-Gesellschaft für Luftfahrtforschung, 1940. *Bericht S-10: Preisausschreiben 1940, Flugzeugbau [Zentrale für Wissenschaftliches Berichtswesen]*.
- Lin, Chia-Chiao, 1944. *On the Development of Turbulence*. PhD-Dissertation. California Institute of Technology, Pasadena, California [URL: <http://resolver.caltech.edu/CaltechETD:etd-06232004-140148>].
- Lumley, John L., Hg., 1989. *Whither Turbulence. Turbulence at the Crossroads*. Berlin u.a.: Springer.
- Lumley, John L./Yaglom, Akiva M. 2001. *A Century of Turbulence*. Applied Scientific Research, 66:3, 241–286.
- Mises, Richard von, 1912. Kleine Schwingungen und Turbulenz. *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung*, 21, 241–248 [abgedruckt in Philipp Frank u. a., Hg., 1963. *Selected papers of Richard von Mises*. Bd. 1. Providence: American Mathematical Society, 393–400].
- Moffatt, Henry Keith, 2002. G. K. Batchelor and the Homogenization of Turbulence. *Annual Reviews of Fluid Mechanics*, 34, 19–35.

- Monin, Andrei S./Yaglom, Akiva M., 1971, 1975. *Statistical Fluid Mechanics*. 2 Bde. Cambridge, Mass.: MIT Press [russ. Original 1965].
- Naylor, J. L., 1966. Aeronautical Research at the NPL. *Journal of the Royal Aeronautical Society*, 70, 82–84.
- Nikuradse, Johann, 1926. Untersuchung über die Geschwindigkeitsverteilung in turbulenten Strömungen. *Forschungsarbeiten auf dem Gebiet des Ingenieurwesens* (=VDI Forschungsarbeiten), Heft 281. Berlin: VDI-Verlag.
- Nikuradse, Johann, 1932. *Forschungsarbeiten auf dem Gebiet des Ingenieurwesens*. Berlin: VDI-Verlag (=VDI Forschungsarbeiten, Heft 356).
- Nikuradse, Johann, 1933. Experimentelle Untersuchungen zur Turbulenzentstehung. *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, 13, 174–176.
- Noether, Fritz, 1921. Das Turbulenzproblem. *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, 1, 125–138.
- Noether, Fritz, 1926. Zur asymptotischen Behandlung der stationären Lösungen im Turbulenzproblem. *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, 6, 232–243.
- Pohlhausen, Karl, 1921. Zur näherungsweise Integration der Differentialgleichung der laminaren Grenzschicht. *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, 1, 252–268.
- Prandtl, Ludwig, 1922. Bemerkungen über die Entstehung der Turbulenz. *Physikalische Zeitschrift*, 23, 19–25 [auch in: *Ludwig Prandtls Gesammelte Abhandlungen*, 2, 687–696].
- Prandtl, Ludwig, 1925. Bericht über Untersuchungen zur ausgebildeten Turbulenz. *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, 5, 1925, 136–139 [auch in: *Ludwig Prandtls Gesammelte Abhandlungen*, 2, 714–718].
- Prandtl, Ludwig, 1926. Zum Turbulenzproblem. *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, 6, 339–340.
- Prandtl, Ludwig, 1927. Über die ausgebildete Turbulenz. In: *Verhandlungen des II. Internationalen Kongresses für Technische Mechanik 1926*. Zürich: Füßli, 62–75 [auch in: *Ludwig Prandtls Gesammelte Abhandlungen*, 2, 736–751].
- Prandtl, Ludwig, 1933. Neuere Ergebnisse der Turbulenzforschung. *Zeitschrift des Vereins Deutscher Ingenieure*, 77, 105–114 [auch in: *Ludwig Prandtls Gesammelte Abhandlungen*, 2, 819–845].
- Prandtl, Ludwig/Eisner, F., 1932. Nachtrag zu „Reibungswiderstand“. In: G. Kempf und E. Förster, Hg., *Hydromechanische Probleme des Schiffsantriebs*. Hamburg: Schiffbau-Versuchsanstalt, 407.
- Pretsch, Joachim, 1941. Die Stabilität einer ebenen Laminarströmung bei Druckgefälle und Druckerhöhung. *Deutsche Luftfahrtforschung, Forschungsbericht Nr. 1343*, 23. Januar 1941 [Zentrale für Wissenschaftliches Berichtswesen].
- Schlichting, Hermann, 1930. Über das ebene Windschattenproblem. *Ingenieur-Archiv*, 1, 533–571.
- Schlichting, Hermann, 1933. Zur Entstehung der Turbulenz bei der Plattenströmung. *Nachrichten der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Fachgruppe I, Math.-phys. Klasse*, 181–208.
- Schlichting, Hermann, 1935. Amplitudenverteilung und Energiebilanz der kleinen Störungen bei der Plattengrenzschicht. *Nachrichten der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Fachgruppe I, Math.-phys. Klasse*, 47–78.
- Schlichting, Hermann, 1975. An account of the Scientific Life of Ludwig Prandtl. *Zeitschrift für Flugwissenschaften*, 23, 297–316.
- Schlichting, Hermann/Ulrich, Albrecht, 1940. Zur Berechnung des Umschlags laminar/turbulent. *Lilienthal-Gesellschaft S-10*, 75–135.
- Schlichting, Hermann/ Bußmann, Karl, 1942. Messungen an Laminarprofilen. *Lilienthal-Gesellschaft*, Bericht 149, 17–20.
- Schlichting, Hermann/ Bußmann, Karl/Ulrich, Albrecht, 1941. Systematische Untersuchungen über den Einfluß der Profilform auf die Lage des Umschlagpunktes. *Deutsche Luftfahrtforschung, Forschungsbericht Nr. 1503* [Zentrale für Wissenschaftliches Berichtswesen].
- Schubauer, Galen B./Skramstad, H. K., 1943. Laminar-Boundary-Layer Oscillations and Transition on a Flat Plate. *NACA Report 909*, 1948 [zuerst als NACA Advanced Confidential Report, April 1943].

- Sommerfeld, Arnold, 1900. Neuere Untersuchungen zur Hydraulik. *Verhandlungen der Gesellschaft Deutscher Naturforscher und Ärzte*, 72, 56.
- Sommerfeld, Arnold, 1945. *Mechanik der deformierbaren Medien. Vorlesungen über Theoretische Physik*. Bd. 2. Leipzig: Akademische Verlagsgesellschaft.
- Squire, H. B., 1933. On the Stability for Three-Dimensional Disturbances of Viscous Fluid Flows between Parallel Walls. *Proceedings of the Royal Society London*, A142, 621–628.
- Stuart, J. T., 1986. Keith Stewardson. His Life and Work. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 18, 1–14.
- Taylor, Geoffrey Ingram, 1935. Statistical Theory of Turbulence. Teil I–IV. *Proceedings of the Royal Society*, A151, 421–478 [auch in: *Scientific Papers of Geoffrey Ingram Taylor*, 2, 288–335].
- Taylor, Geoffrey Ingram, 1936. Statistical Theory of Turbulence. Teil V. *Proceedings of the Royal Society*, A156, 307–317 [auch in: *Scientific Papers of Geoffrey Ingram Taylor*, 2, 356–364].
- Taylor, Geoffrey Ingram, 1937. The Statistical Theory of Isotropic Turbulence. *Journal of the Aeronautical Sciences*, 4, 1937, 311–315 [auch in: *Scientific Papers of Geoffrey Ingram Taylor*, 2, 437–453].
- Taylor, Geoffrey Ingram, 1939. Some Recent Developments in the Study of Turbulence. In: J. P. Den Hartog und H. Peters, Hg., *Proceedings of the Fifth International Congress for Applied Mechanics, held at Harvard University and the Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Massachusetts, September 12–16, 1938*. New York: Wiley, 294–310.
- Tietjens, Oskar, 1925. Beiträge zur Entstehung der Turbulenz. *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, 5, 200–217.
- Tobies, Renate, 1982. Die „Gesellschaft für angewandte Mathematik und Mechanik“ im Gefüge imperialistischer Wissenschaftsorganisation. *NTM. Internationale Zeitschrift für Geschichte und Ethik der Naturwissenschaften, Technik und Medizin*, 19, 16–26.
- Tollmien, Walter, 1926. Berechnung turbulenter Ausbreitungsvorgänge. *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, 6, 468–478.
- Tollmien, Walter, 1929. Über die Entstehung der Turbulenz. *Nachrichten der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen*, 21–44.
- Tollmien, Walter, 1935. Ein allgemeines Kriterium der Instabilität laminarer Geschwindigkeitsverteilungen. *Nachrichten der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Fachgruppe I, Math.-phys. Klasse*, 79–114.
- Turnbull, David, 1995. Rendering Turbulence Orderly. *Social Studies of Science*, 25, 1, 9–33.
- Wien, Wilhelm, 1900. *Lehrbuch der Hydrodynamik*. Leipzig: Hirzel.
- Yaglom, Akiva M., 1994. A. N. Kolmogorov as a Fluid Mechanician and Founder of a School in Turbulence Research. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 26, 1–23.

Michael Eckert  
 Deutsches Museum  
 Museumsinsel 1  
 D-80538 München  
 E-Mail: M.Eckert@deutsches-museum.de